REPONSES A L'EXERCICE I de Mathématiques

I-1-	**A)** $ln(a) \times ln(b)$	**B)** $ln(a) + ln(b)$	**C)** $ln(a) + ln(1 + \frac{b}{a})$	
I-2-	**A)** $]0\,;\,+\infty[$	**B)** $]-1\,;\,1[$	**C)** $]-\infty\,;\,-1[\,\cup\,]1\,;\,+\infty[$	**D)** $]e^{-1}\,;\,+\infty[$
I-3-	**A)** $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 0^+$	**B)** $\lim\limits_{x \to a} \frac{f(x)}{g(x)} = +\infty$	**C)** $\lim\limits_{x \to a} f(x) \times g(x) = 0^+$	**D)** $\lim\limits_{x \to a} f(x) \times g(x) = +\infty$
I-4-	**A)** asymptote horizontale	**B)** asymptote verticale	**C)** décroissante sur $]a\,;\,+\infty[$	
I-5-	**A)** $f'(1) = -2$	**B)** $f'(1) = 10$	**C)** $f'(1) = 1$	
	D) $y = -2x + 3$	**E)** $y = 10x + 3$	**F)** $y = x + 2$	**G)** $y = -2x + 5$
I-6-	**A)** $f(c) = 0$	**B)** maximum ou minimum local	**C)** $f(x) = c$ admet une unique solution	**D)** $f'(c) = 0$
I-7-	**A)** $f(a) \times f(b) > 0$ $\Rightarrow f$ s'annule sur $[a\,;b]$	**B)** $c \in\,]a\,;b[\Rightarrow f(c)$ compris entre $f(a)$ et $f(b)$	**C)** k compris entre $f(a)$ et $f(b)$ $f(x) = k$ admet une solution sur$[a\,;b]$	
I-8-	**A)** f croissante sur $[a\,;b]$	**B)** f' croissante sur $[a\,;b]$	**C)** f convexe sur $[a\,;b]$	**D)** C_f en-dessous de $[AB]$
I-9-	**A)** raison égale à 1	**B)** $u_{19} = 20$	**C)** suite convergente	**D)** $u_1 + \ldots + u_{10} = 50$
I-10-	**A)** (u_n) géométrique de raison $\frac{5}{4}$	**B)** (u_n) arithmétique de raison $\frac{5}{4}$	**C)** (u_n) décroissante	**D)** $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 5$
I-11-	**A)** $P(A) \times P(B)$	**B)** $P(A) + P(B)$	**C)** $P(A \cup B) - P(A \cap \bar{B}) - P(\bar{A} \cap B)$	**D)** $P(A) + P(B) - P(A \cup B)$
I-12-	**A)** $P(X = 1) = \frac{2}{3}$	**B)** $P(X = 1) = \frac{1}{3}$	**C)** $E(X) = 2$	**D)** $E(X) = \frac{11}{3}$
I-13-	**A)** (AB) et (DC) sécantes	**B)** (AB) et (DC) parallèles	**C)** $ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow b = 2a$	**D)** $ABCD$ parallélogramme $\Leftrightarrow b = -2a$

REPONSES A L'EXERCICE II de Mathématiques

II-1- Les droites (A_0B_0) et (F_0G_0) sont parallèles.

En effet :

Les plans $\mathcal{P}_3$ et $\mathcal{P}_4$ sont parallèles et sécants au plan de la dalle selon les droites (A_0B_0) et (F_0G_0).

Or, si deux plans sont parallèles, alors tout plan sécant à l'un est sécant à l'autre et leurs intersections sont deux droites parallèles.

Donc les droites (A_0B_0) et (F_0G_0) sont parallèles.

II-2- (D_1H_1) est parallèle à (A_1B_1) et (F_1G_1).

En effet :

Etape 1 :

$A_0B_0B_1A_1$ est un rectangle donc (A_0B_0) et (A_1B_1) sont parallèles.

$G_0F_0F_1G_1$ est un rectangle donc (F_0G_0) et (F_1G_1) sont parallèles.

Or, si deux droites sont parallèles, alors toute droite parallèle à l'une est parallèle à l'autre.

Comme les droites (A_0B_0) et (F_0G_0) sont parallèles, alors (A_1B_1) et (F_0G_0) sont parallèles, dans un premier temps, puis (A_1B_1) et (F_1G_1) sont parallèles dans un deuxième temps.

Etape 2 :

Les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont sécants selon la droite (D_1H_1).

La droite (A_1B_1) est une droite du plan $\mathcal{P}_2$; la droite (F_1G_1) est une droite du plan $\mathcal{P}_1$. Ces deux droites sont parallèles.

Théorème du toit : P_1 et P_2 sont deux plans sécants.

Si une droite d_1 de P_1 est parallèle à une droite d_2 de P_2 alors la droite d'intersection de P_1 et P_2 est parallèle à d_1 et d_2.

Ainsi (D_1H_1) est parallèle à (A_1B_1) et (F_1G_1).

II-3- $\overrightarrow{D_1H_1}\,(-10\ ;\ 0\ ;\ 0)$ $\qquad$ $\overrightarrow{D_1E_1}\,(2\ ;\ 2\ ;\ -1)$

II-4- Le vecteur $\overrightarrow{n_1}(0\,;1\,;2)$ est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_1$.

En effet :

$\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{D_1H_1} = -10\times 0+0\times 1+0\times 2=0$. Donc le vecteur $\overrightarrow{n_1}$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{D_1H_1}$.

$\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{D_1E_1} = 2\times 0+2\times 1-1\times 2=0$. Donc le vecteur $\overrightarrow{n_1}$ est orthogonal au vecteur $\overrightarrow{D_1E_1}$.

Le vecteur $\overrightarrow{n_1}$ est donc orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan $\mathcal{P}_1$ donc c'est un vecteur normal au plan $\mathcal{P}_1$.

II-5- Equation cartésienne du plan $\mathcal{P}_1$: $y + 2z - 16 = 0$

En effet :

Le plan $\mathcal{P}_1$ a pour vecteur normal $\overrightarrow{n_1}(0\,;1\,;2)$ et passe par $D_1(0\,;0\,;8)$. Soit $M(x\,;y\,;z)$ un point de l'espace.

$M \in \mathcal{P}_1 \iff \overrightarrow{n_1} \cdot \overrightarrow{D_1M} = 0 \iff 0 \times x + 1 \times y + 2 \times (z - 8) = 0 \iff y + 2z - 16 = 0$

II-6- $z_1 = 4$

En effet :

$F_1 \in \mathcal{P}_1$ donc ses coordonnées vérifient l'équation obtenue à la question **II-5-** soit :

$y_{F_1} + 2z_{F_1} - 16 = 0 \iff 8 + 2z_1 - 16 = 0 \iff 2z_1 = 8 \iff z_1 = 4$.

II-7- $F_0F_1 = 4$

II-8- $\tan\alpha = \frac{1}{2}$

II-9- La toiture du bâtiment ~~respecte~~ / ne respecte pas les normes de la région.

(Barrer le terme qui ne convient pas)

En effet :

$\tan\alpha = \frac{1}{2}$ donc $\alpha \simeq 26{,}6°$ et n'est pas comprise entre $33°$ et $45°$.

II-10- Une équation cartésienne du plan $(B_0C_0C_1)$ est donnée par $x - y - 4 = 0$.

En effet :

$x_{B_0} - y_{B_0} - 4 = -8 + 12 - 4 = 0$

$x_{C_0} - y_{C_0} - 4 = 2 + 2 - 4 = 0$

$x_{C_1} - y_{C_1} - 4 = 2 + 2 - 4 = 0$.

Les coordonnées de trois points non alignés du plan vérifient l'équation $x - y - 4 = 0$, donc une équation cartésienne du plan $(B_0C_0C_1)$ est donnée par $x - y - 4 = 0$.

II-11- Représentation paramétrique de la droite (B_1C_1) :

$$\begin{cases} x = t + 4 \\ y = t \\ z = \frac{1}{2}t + 8 \end{cases}, t \in \mathbb{R} \text{ ou } \begin{cases} x = 2t + 4 \\ y = 2t \\ z = t + 8 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$$

II-12- Il est ~~possible~~ / impossible de prolonger le pan de toit jusqu'au sol.

(Barrer le terme qui ne convient pas)

En effet :

Intersection des deux droites (A_1H_1) et (B_1C_1) : $\begin{cases} x = -10 = 2t + 4 \\ y = 2k = 2t \\ z = 8 + k = t + 8 \end{cases} \iff \begin{cases} t = k = -7 \\ x = -10 \\ y = -14 \\ z = 1 \end{cases}$

Les deux bords du toit sont sécants en un point situé à 1m/1unité du sol. Il ne sera donc pas possible de prolonger ce toit jusqu'au sol car il s'arrêtera avant de l'atteindre.

REPONSES A L'EXERCICE III de Mathématiques

III-1- $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

III-2- $\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0$

En effet : $f(x) = -(1 + x^2)e^{-x} = -e^{-x} - x^2e^{-x}$.

Or, $\lim_{x \to +\infty} e^{-x} = 0$ et $\lim_{x \to +\infty} x^2e^{-x} = 0$ donc par somme $\lim_{x \to +\infty} -e^{-x} - x^2e^{-x} = 0$.

III-3- Equation cartésienne de Δ : $y = 0$

Position de C_f par rapport à Δ : C_f est ***en-dessous de*** Δ

III-4- $a = 1$ $b = -1$

En effet :

$f'(x) = (1 + x^2)e^{-x} - 2xe^{-x} = (x^2 - 2x + 1)e^{-x} = (x - 1)^2e^{-x}$

III-5- $\mathcal{E} = \{1\}$

III-6-

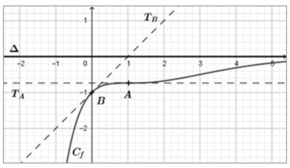
x	$-\infty$		1		$+\infty$
Signe de $f'(x)$		$+$	0	$+$	
Variations de f	$-\infty$	↗	$\frac{-2}{e}$	↗	0

III-7- Equation cartésienne de T_A : $y = \frac{-2}{e}$

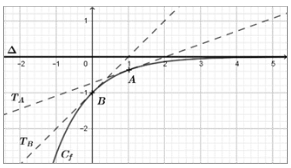
Equation cartésienne de T_B : $y = x - 1$

III-8-

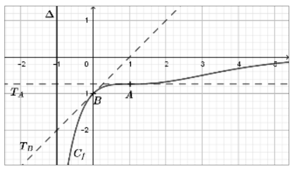
A)



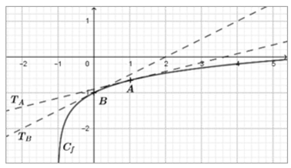
B)



C)



D)



III-9- L'équation $f(x) = -3$ admet une unique solution dans l'intervalle $[-1 ; 0]$.

En effet : La fonction f est continue et strictement croissante sur l'intervalle $[-1 ; 0]$.

On a : $f(-1) = -2e$ et $f(0) = -1$. Donc $f(-1) < -3 < f(0)$.

Ainsi d'après le théorème de la bijection, l'équation $f(x) = -3$ admet une unique solution dans l'intervalle $[-1 ; 0]$.

III-10-

A) $-0{,}75$	B) $-0{,}5$	C) $-0{,}625$	D) -1