

**DEVOIR SURVEILLE n° 3**

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

**AVERTISSEMENT**

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction**, la **clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans l'**appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

**L'usage de calculatrice est interdit pour l'ensemble des problèmes constituant ce devoir.**

Il est interdit d'arrêter de composer avant 17h00.

Vous devez traiter les 2 problèmes sur 2 copies différentes.

Si vous choisissez de ne pas traiter l'un des problèmes, vous devez tout de même me rendre une copie « blanche ».

	Barème	Ramassé à
Premier problème	50 %	15h00
Deuxième problème	50 %	17h00

Le 1<sup>er</sup> problème est à traiter de 13h00 à 15h00 (ramassé à 15h00).

Le 2<sup>ème</sup> problème est à traiter de 15h00 à 17h00.

Interdiction de commencer le 2<sup>ème</sup> problème avant 15h00.

## **PREMIER PROBLEME : Etude de quelques modèles de turboréacteurs (d'après banque PT 2014)**

*Ce problème représente 50 % du barème.*

*L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.*

*De nombreuses parties sont indépendantes. Il est conseillé aux candidats de prendre connaissance rapidement de la totalité du texte de ce problème.*

*Les candidats doivent respecter les notations de l'énoncé et préciser, dans chaque cas, la numérotation de la question posée.*

**A rendre avec la copie un document réponse non plié.**

Le turboréacteur est un système de propulsion essentiellement utilisé pour les avions. La poussée résulte de l'accélération de l'air entre l'entrée (manche à air) et la sortie (tuyère), par la combustion d'un carburant, généralement du kérosène, dans l'oxygène de l'air. Une partie de l'énergie produite est récupérée par une turbine qui sert à faire tourner le compresseur au niveau de l'entrée d'air.

Il s'agit, dans ce problème, de comparer quelques caractéristiques théoriques des moteurs qui équipent les avions de chasse et les avions de transport.

### **Hypothèses de travail (valables pour toutes les machines étudiées dans ce problème)**

- L'air est considéré comme un gaz parfait de constante énergétique  $\gamma = c_p / c_v$ , sa capacité thermique massique à pression constante est  $c_p = 1,00 \text{ kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
- L'écoulement est supposé unidimensionnel et le régime est permanent.
- Les variations d'énergie potentielle sont négligées.
- Les variations d'énergie cinétique sont, de la même façon, négligées, sauf, bien entendu, lors de la traversée des tuyères.
- Les seules parties mécaniques mobiles sont les compresseurs et les turbines (turbomachines). La présence d'un alternateur (générateur électrique) n'est pas prise en compte dans ce problème.
- Compresseur(s) et turbine sont liés par un arbre commun. Les pertes mécaniques par frottements, dans la turbine, dans le(s) compresseur(s) et au niveau des paliers de l'arbre qui les relie, sont négligées : la puissance mécanique cédée à la turbine est intégralement transmise au(x) compresseur(s).
- Les évolutions dans le(s) compresseur(s), la turbine et la tuyère sont supposées **isentropiques**.
- Les pertes de charge dans les chambres de combustion **isobares** sont négligées.
- Les particularités de l'air, notamment sa composition, son débit massique  $D_m$  et ses caractéristiques énergétiques  $c_p$  et  $\gamma$ , ne sont pas perturbées par la combustion : le mélange gazeux, au cours de l'écoulement (avant et après combustion), est assimilé à l'air.
- Le pouvoir thermique (calorifique) massique du carburant utilisé (kérosène) dans la (les) chambre(s) de combustion est  $\rho_k = 50,0 \times 10^6 \text{ J.kg}^{-1}$ .

**I. GENERALITES** (10 % du barème de ce problème)

Le système défini par le fluide contenu dans la surface fermée  $\Sigma$ , dite surface de contrôle (par exemple, le volume intérieur d'une machine à travers laquelle transite un fluide), est un système ouvert (figure f.1).

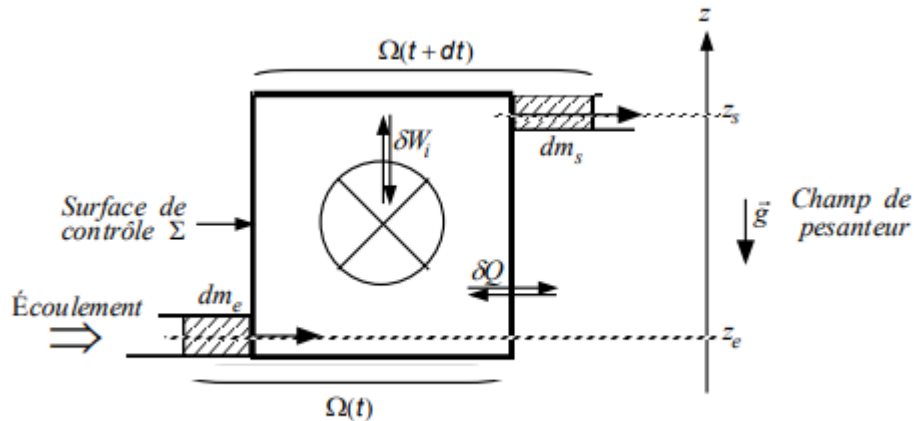


Figure f.1

1. Soit le système fermé  $\Omega(t)$  qui, à l'instant  $t$ , est constitué du fluide contenu dans  $\Sigma$  et de l'élément de fluide  $dm_e$  qui va rentrer dans  $\Sigma$  pendant la durée  $dt$ . Ce même système fermé  $\Omega(t + dt)$ , à l'instant  $t + dt$ , est constitué du fluide contenu dans  $\Sigma$  et de l'élément de fluide  $dm_s$  qui est sorti de  $\Sigma$  pendant la même durée  $dt$ .

En appliquant le premier principe généralisé au système  $\Omega$ , redémontrer le premier principe, dit industriel, qui relie les grandeurs massiques enthalpie  $h$ , énergie cinétique  $e_c$ , énergie potentielle  $e_p$ , travail indiqué  $w_i$  et transfert thermique  $q$ , d'un fluide en régime permanent (ou stationnaire) d'écoulement.

**IMPORTANT** : dans toute la suite du problème et à chaque application du premier principe des systèmes ouverts en régime permanent, toute simplification de la formule devra être dûment justifiée.

2. La première application du premier principe des systèmes ouverts en régime permanent concerne le fonctionnement de la tuyère, conduite calorifugée de section variable, qui ne contient pas de paroi mobile (figure f.2).

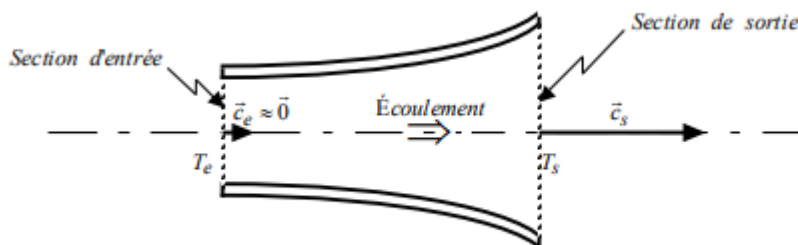


Figure f.2

Les températures, au niveau des sections d'entrée et de sortie, sont respectivement  $T_e$  et  $T_s$ . Etablir l'expression de la vitesse  $c_s$  de l'écoulement à la sortie de la tuyère (la vitesse d'entrée est négligée :  $c_e \approx 0 \text{ m.s}^{-1}$ ).

## II. TURBOREACTEUR D'AVION DE CHASSE

### A. Turboréacteur sans post-combustion (40 % du barème de ce problème)

Il s'agit d'étudier le modèle d'un premier réacteur, noté (A) (figure f.3), qui équipe les avions de chasse. Les caractéristiques de l'écoulement sont précisées ci-dessous.

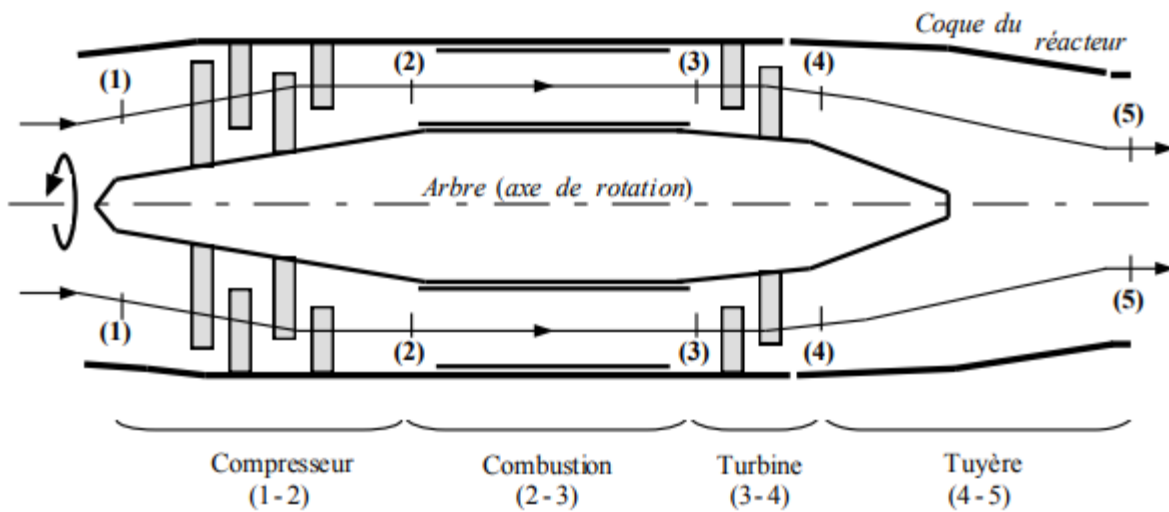


Figure f.3

Etape (1) → (2) : l'air ambiant ( $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $P_1 = 1,00 \text{ bar}$ ) est aspiré et comprimé par le compresseur, de taux de compression  $\tau_{1-2} = P_2 / P_1 = 10,0$  ; puis cet air pénètre à la température  $T_2$  et sous la pression  $P_2$ , dans la chambre de combustion où le carburant est injecté.

Etape (2) → (3) : grâce à la combustion du kérosène, l'air subit un réchauffement isobare ( $P_3 = P_2$ ) jusqu'à la température  $T_3 = 1200 \text{ K}$ .

Etape (3) → (4) : le mélange gazeux se détend partiellement dans la turbine.

Etape (4) → (5) : les gaz sont admis dans la tuyère, conduite de section variable, où leur détente se poursuit jusqu'à la pression ambiante  $P_5 = P_1 = 1,00 \text{ bar}$ .

Le débit massique de l'air aspiré (et aussi de l'air refoulé) par le turboréacteur vaut  $D_m = 50,0 \text{ kg.s}^{-1}$ .

### 3. Etablir les expressions littérales :

- 3.1. de la température  $T_2$  à la sortie du compresseur (donc à l'entrée de la chambre de combustion) ;
- 3.2. du travail indiqué massique  $w_{i,1-2}$  mis en jeu dans le compresseur (1-2).

### 4. Le travail indiqué massique, au niveau du compresseur, vaut $w_{i,1-2} = 279 \text{ kJ.kg}^{-1}$ . En exploitant cette dernière donnée :

- 4.1. déterminer la valeur numérique de la température  $T_2$  ;
- 4.2. même question pour la température  $T_4$ , à la sortie de la turbine (3-4).

### 5. Les paramètres de température et de pression sont étudiés au niveau de la tuyère (4-5). Etablir les expressions littérales :

- 5.1. de la pression  $P_4$  à la sortie de la turbine qui entraîne le compresseur (la valeur numérique de cette pression est  $P_4 = 3,96 \text{ bar}$ ) ;
- 5.2. de la température  $T_5$  à la sortie de la tuyère.

6. Les puissances cinétiques et thermiques du turboréacteur (A) sont évaluées.
- 6.1. Rappeler la relation simple qui existe entre la puissance cinétique  $P_{cin}$  (W) de l'air en écoulement, son débit massique  $D_m$  ( $\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$ ) et son énergie cinétique massique  $e_c$  ( $\text{J}\cdot\text{kg}^{-1}$ ).
  - 6.2. La température en (5) vaut  $T_5 = 621$  K. Déterminer littéralement, puis numériquement :
    - 6.2.1. la puissance cinétique  $P_{cin,A}$  de l'écoulement à la sortie de la tuyère ;
    - 6.2.2. la puissance thermique  $P_{th,A}$  reçue par l'air dans la chambre de combustion (2-3) ;
    - 6.2.3. le débit massique  $D_{k,A}$  de kérosène consommé dans le turboréacteur (A) en fonctionnement.
7. Il s'agit maintenant d'établir la principale caractéristique du fonctionnement du turboréacteur (A). Calculer la valeur numérique du rendement thermique  $\eta_{th,A}$ , défini par le rapport  $\eta_{th,A} = P_{cin,A} / P_{th,A}$ .
8. L'évolution théorique d'une masse d'air unité (1 kg), entre l'entrée (1) et la sortie (5) du turboréacteur, peut se représenter dans le diagramme de Clapeyron  $P(v)$  et dans le diagramme entropique  $T(s)$  ( $v$  et  $s$  étant respectivement les volume et entropie massiques). Compléter les deux diagrammes (figures f.9 et f.10) de la feuille annexe (à rendre avec la copie), en dessinant l'allure du chemin suivi réversiblement par l'unité massique de fluide [y ajouter les points représentatifs des états (1), (2), (3), (4) et (5)].
9. Une évolution irréversible (hypothèse réaliste, exceptionnellement valable pour cette question 9), dans le compresseur (1-2) et la turbine (3-4), modifie les paramètres de température, sans modifier, en première approximation, les paramètres de pression. La transformation est supposée réversible dans les autres éléments du turboréacteur.
- 9.1. Montrer, par un raisonnement graphique dans le diagramme  $T(s)$ , que pour la compression (1-2), la température  $T_2^{irrév}$  atteinte avec irréversibilité est différente de la température  $T_2^{rév}$  calculée plus haut (questions 3 et 4). La température  $T_2^{irrév}$  est-elle inférieure ou supérieure à  $T_2^{rév}$  ?
  - 9.2. Compléter le troisième diagramme (figure f.11) de la feuille annexe (à rendre avec la copie) en dessinant cette fois l'allure (traits pointillés en cas d'irréversibilité et traits pleins en cas de réversibilité) du chemin suivi, de (1) à (5), par l'unité de masse du fluide.

## B. Activation de la post-combustion (20 % du barème de ce problème)

La disposition du second turboréacteur, noté **(B)** (figure f.4), est identique à celle du moteur **(A)** étudié précédemment (paragraphe II.A.).

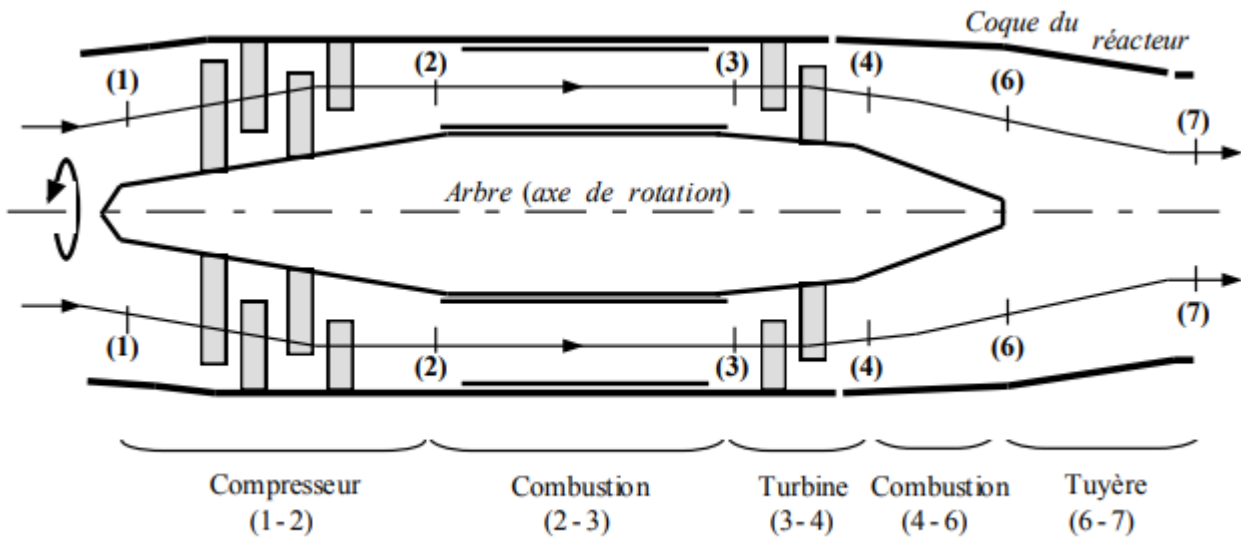


Figure f.4

Les températures  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $T_3$  et  $T_4$ , ainsi que les pressions  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  et  $P_4$  sont identiques pour les deux turboréacteurs **(A)** et **(B)**. Mais, dans le réacteur **(B)**, une seconde combustion (post-combustion 4-6) est instaurée entre turbine et tuyère.

Etape (4) → (6) : avant d'entrer dans la tuyère, l'air est maintenant chauffé de manière isobare ( $P_6 = P_4$ ), grâce à la post-combustion, de la température  $T_4$  précédente (question 4.2.) à la température  $T_6 = 2000$  K.

Etape (6) → (7) : dans la tuyère, l'air subit une détente jusqu'à la température  $T_7$  et la pression ambiante  $P_7 = P_1 = 1,00$  bar.

Le débit massique de l'air en écoulement vaut toujours  $D_m = 50,0$  kg.s<sup>-1</sup>.

10. Etablir l'expression littérale de la température  $T_7$  à la sortie de la tuyère (sa valeur numérique est  $T_7 = 1350$  K).
11. Les puissances cinétique et thermique du turboréacteur **(B)** sont évaluées à leur tour. Déterminer littéralement, puis numériquement :
  - 11.1. le transfert thermique massique  $q_{4-6}$  reçu par l'air lors de la post-combustion (4-6) ;
  - 11.2. la puissance cinétique  $P_{cin,B}$  (défini à la question 6.1.) des gaz à la sortie de la tuyère ;
  - 11.3. la puissance thermique  $P_{th,B}$  totale reçue par l'air au cours de la traversée du turboréacteur **(B)** ;
  - 11.4. le débit massique total  $D_{k,B}$  de kérosène consommé dans l'ensemble des chambres de combustion de **(B)**.
12. Il s'agit maintenant d'étudier le paramètre caractéristique du fonctionnement du turboréacteur à post-combustion.
  - 12.1. Quelle est la valeur numérique du rendement thermique  $\eta_{th,B}$  du réacteur, toujours défini comme le rapport  $\eta_{th,B} = P_{cin,B} / P_{th,B}$ .
  - 12.2. Comparer les valeurs numériques  $\eta_{th,A}$  (question 7.) et  $\eta_{th,B}$ . Conclure.
  - 12.3. Dans quelles situations ou circonstances (décollage, vol de croisière à vitesse constante, combat aérien, etc.), le pilote d'avion de chasse « active-t-il » la post-combustion ?
  - 12.4. En général, la post-combustion ne doit pas être maintenue plus d'une dizaine de minutes. Quelles sont les deux principales raisons ?

### III. TURBOREACTEUR D'AVION DE TRANSPORT (25 % du barème de problème)

Le troisième turboréacteur, noté (C), est constitué, cette fois, de deux conduites coaxiales (I) et (II). L'air ambiant ( $T_1 = 300 \text{ K}$ ,  $P_1 = 1,00 \text{ bar}$ ) aspiré est comprimé par un compresseur (1-2) basse pression (soufflante), de taux de compression  $\tau_{1-2} = P_2 / P_1 = 2,00$ . Puis l'écoulement se scinde en deux parties (I) et (II) (figure f.5 et figures en fin d'énoncé f.6, f.7 et f.8).

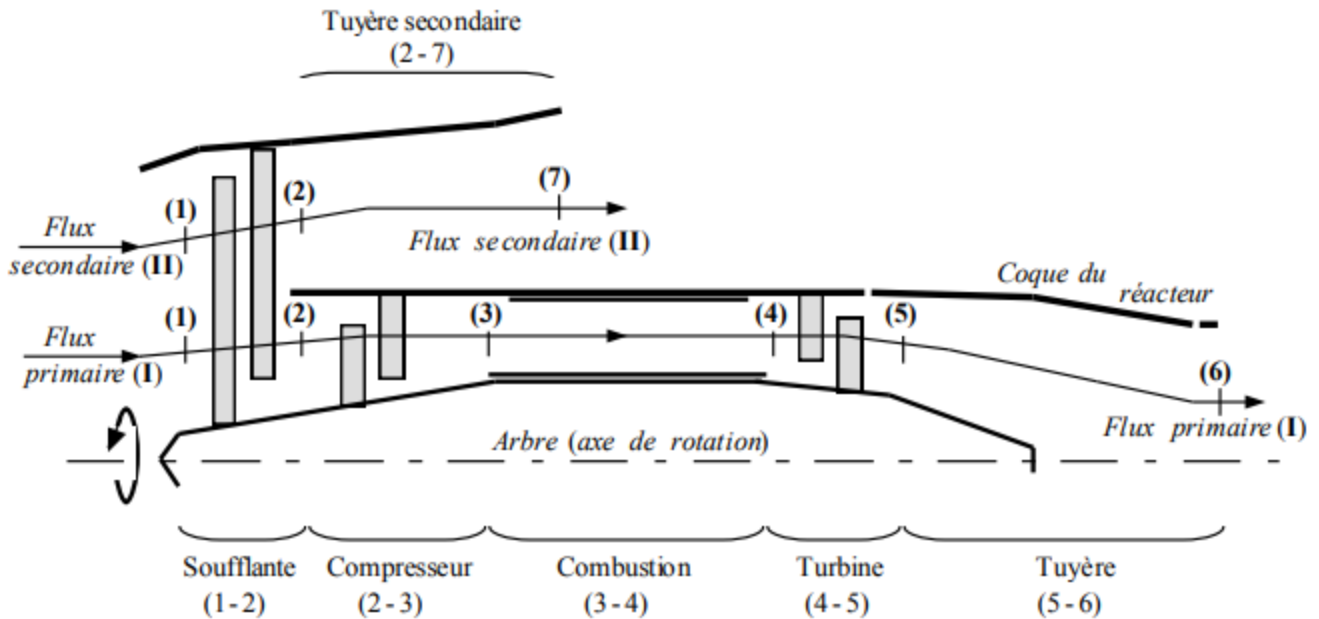


Figure f.5

L'écoulement primaire (I), de débit massique d'air  $D_{m,I} = 50,0 \text{ kg.s}^{-1}$ , subit l'action du compresseur (2-3) haute pression avec un taux de compression  $\tau_{2-3} = P_3 / P_2 = 10,0$ . L'écoulement se poursuit dans la chambre de combustion (3-4) isobare ( $P_4 = P_3$ ) où le fluide s'échauffe jusqu'à la température  $T_4 = 1325 \text{ K}$ , avant d'échanger de l'énergie mécanique avec la turbine (4-5) et de terminer sa détente dans la tuyère (5-6), jusqu'à la pression ambiante  $P_6 = P_1 = 1,00 \text{ bar}$ .

L'écoulement secondaire (ou périphérique) (II), de débit massique d'air  $D_{m,II} = 4 D_{m,I}$  (le coefficient 4 est appelé taux de dilution) subit une détente dans la tuyère secondaire (2-7) jusqu'à la pression  $P_7 = P_1 = 1,00 \text{ bar}$ .

La turbine fournit intégralement la puissance mécanique que lui procure l'écoulement à l'ensemble {soufflante + compresseur}.

13. Les températures à la sortie de la soufflante (1-2) et à la sortie du compresseur (2-3) valent respectivement  $T_2 = 366 \text{ K}$  et  $T_3 = 706 \text{ K}$ . Déterminer littéralement, puis numériquement :
  - 13.1. le travail indiqué massique  $w_{i,1-2}$  mis en jeu dans la soufflante (1-2), ainsi que le travail indiqué massique  $w_{i,2-3}$  mis en jeu dans le compresseur (2-3) ;
  - 13.2. la température  $T_5$  à la sortie de la turbine (qui entraîne le compresseur et la soufflante).
14. Les températures à la sortie de la tuyère primaire et à la sortie de la tuyère secondaire valent respectivement  $T_6 = 563 \text{ K}$  et  $T_7 = 300 \text{ K}$ . Déterminer littéralement, puis numériquement :
  - 14.1. la puissance cinétique  $P_{cin,I}$  de l'écoulement d'air à la sortie de la tuyère primaire (I) ;
  - 14.2. même question pour la puissance cinétique  $P_{cin,II}$  à la sortie de la tuyère secondaire (II).
15. Afin d'établir la principale caractéristique du fonctionnement de ce troisième turboréacteur (C), calculer la valeur numérique du rendement thermique  $\eta_{th,C}$  (défini à la question 7., ainsi qu'à la question 12.1.) du réacteur (C).

**IV. COMPARAISON DES CARACTERISTIQUES DES MOTEURS DE TYPE (A) ET (C)** (5 % du barème de ce problème)

16. Les caractéristiques (débits massiques de kérosène  $D_k$ , puissances cinétiques  $P_{cin}$  et rendements thermiques  $\eta_{th}$ ) de deux turboréacteurs, respectivement de types (A) (paragraphe II.A.) et (C) (paragraphe III.), sont rassemblées dans le tableau ci-dessous.

Turboréacteur	Type (A) (avion de chasse)	Type (C) (avion de transport)
$D_k$ (kg.s <sup>-1</sup> )	0,62	0,62
$P_{cin}$ (W)	$15 \times 10^6$	$18 \times 10^6$
$\eta_{th}$	0,48	0,58

Commenter ce tableau de valeurs.

17. La vitesse du son  $c_{son}$ , qui dépend notamment de la température, peut être évaluée (calcul non demandé) en sortie de chacune des tuyères, dans le mélange gazeux éjecté à la vitesse  $c$  (vitesses envisagées au tout début du décollage, instant où l'avion possède encore une faible vitesse :  $c_{avion} \approx 0$  m.s<sup>-1</sup>). Pour les réacteurs de type (A) et (B) (avion de chasse), le rapport est élevé ( $c / c_{son} > 1,50$ ). Pour les réacteurs de type (C) (avion de transport), le rapport est plus faible ( $c / c_{son} < 1,00$ ). Pour quelle raison supplémentaire préfère-t-on équiper les avions de transport avec un turboréacteur de type (C) ?

18. Pourquoi les réacteurs de type (C) n'équipent-ils pas les avions de chasse ?



Figure f.6 : vue « avant » du turboréacteur (C)



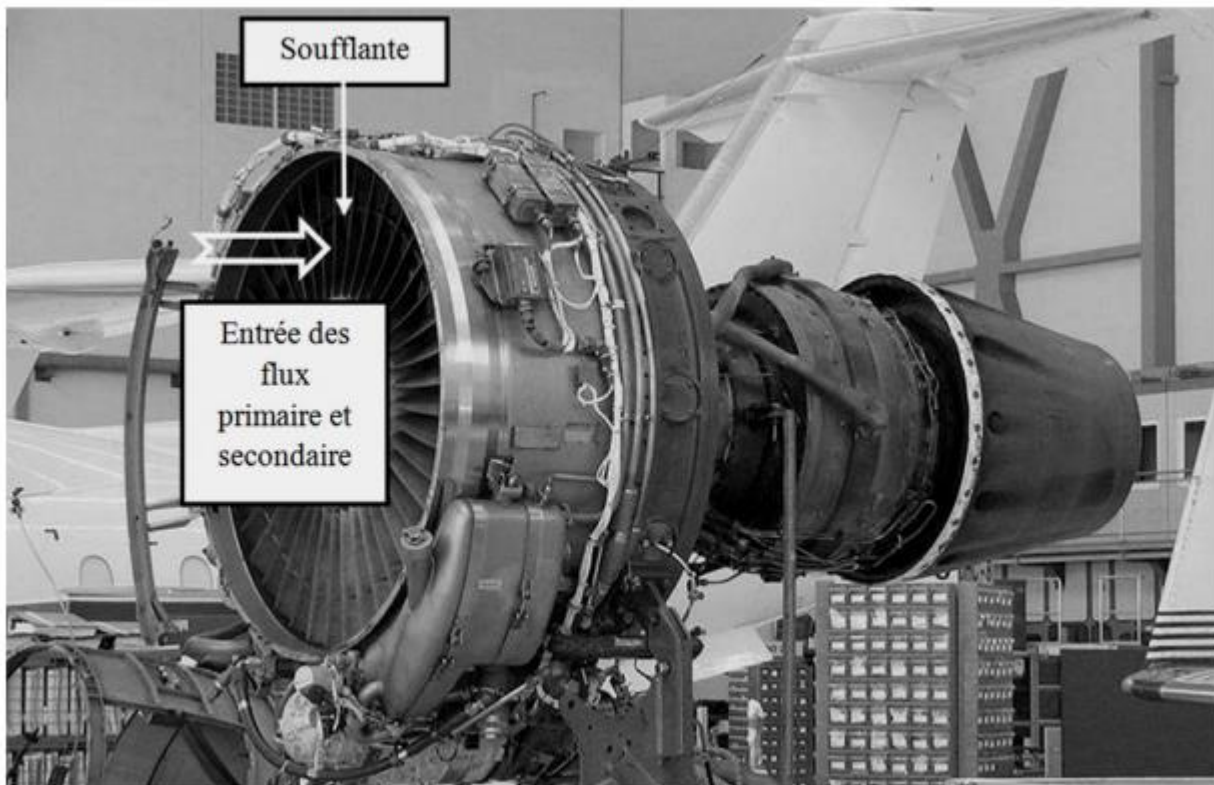


Figure f.7 : entrée d'air dans le turboréacteur (C)

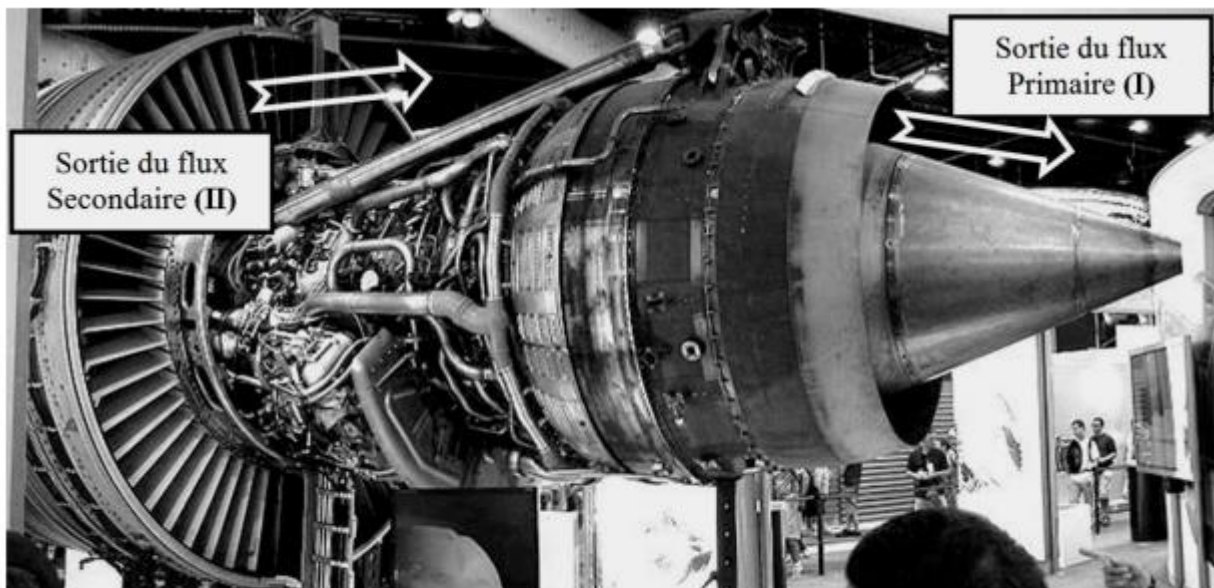


Figure f.8 : « tuyères » du turboréacteur (C)

FEUILLE ANNEXE (à rendre avec la copie)

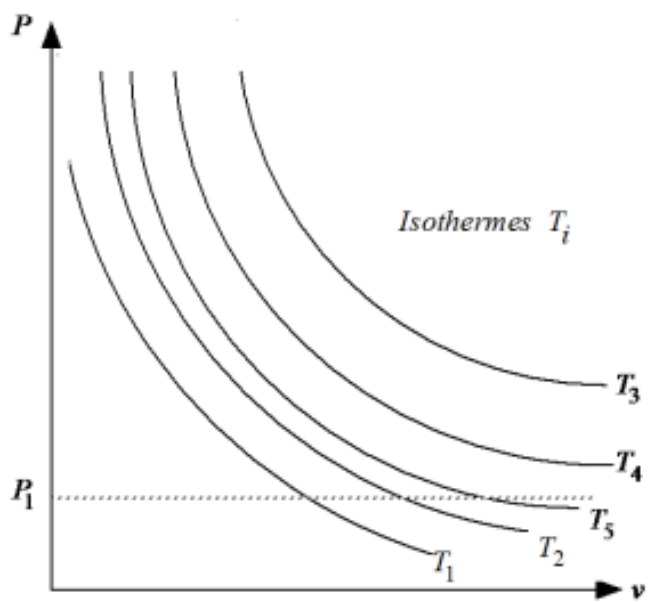


Figure f.9

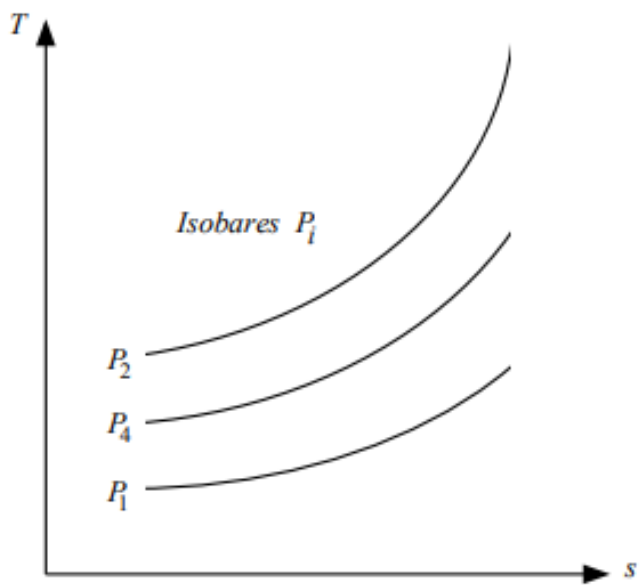


Figure f.10

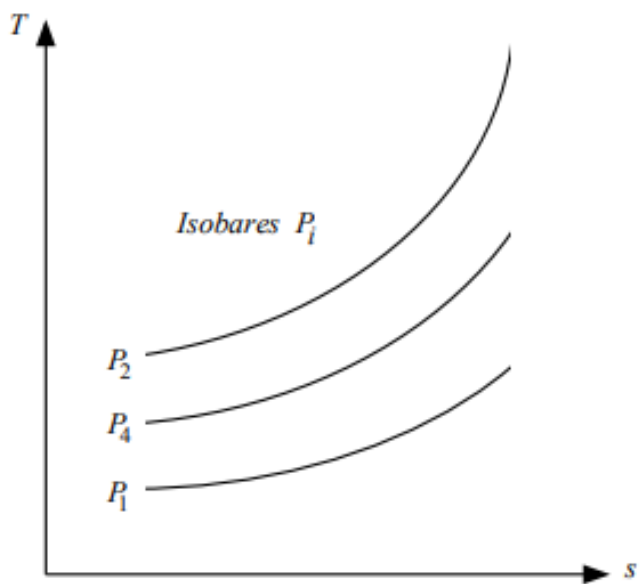


Figure f.11

## DEUXIEME PROBLEME : Diffusion thermique (d'après banque PT 1998)

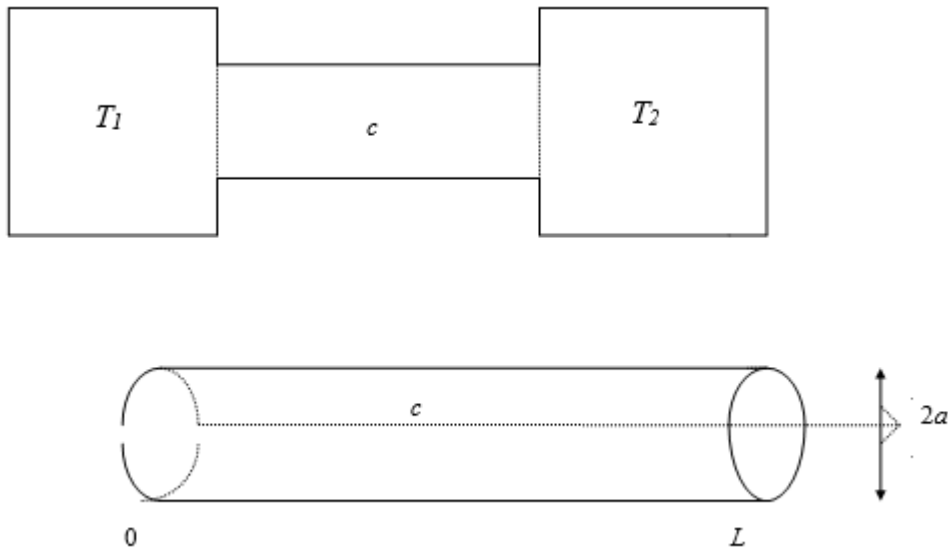
Ce problème représente 50 % du barème.

L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.

Le problème traite divers aspects des phénomènes de diffusion thermique.

Deux réservoirs sont reliés par une conduite cylindrique, de longueur  $L$ , de section droite  $\sigma = \pi a^2$ . Le problème sera supposé unidimensionnel, toute grandeur dans la conduite ne dépendant spatialement que de l'abscisse  $x$  (cf figure ci-dessous).

L'ensemble contient un fluide incompressible, de masse volumique  $\rho$ , de capacité thermique massique  $c$ , de conductivité thermique  $\lambda$  (toutes ces grandeurs sont des constantes caractéristiques du fluide).



### Partie A :

**Dans toute cette partie, le fluide est immobile dans le référentiel d'étude et le régime stationnaire, toutes les grandeurs sont indépendantes du temps.**

On suppose tout d'abord la conduite parfaitement calorifugée sur sa surface latérale.

On note  $d\tau = \sigma dx$  un volume élémentaire de conduite (et le fluide qu'elle contient) situé entre les abscisses  $x$  et  $x + dx$ .

1) Evaluer les transferts thermiques  $\delta Q_e$  et  $\delta Q_s$  à travers les sections d'abscisse  $x$  et  $x + dx$  de  $d\tau$ , pendant le temps  $\delta t$ . En déduire l'équation différentielle satisfaite par la température  $T(x)$  dans la conduite.

2) Déterminer la répartition  $T(x)$  de température dans la conduite.

3) a) Etablir un parallèle entre la loi de Fourier et la loi d'Ohm locale, en faisant apparaître sous forme de tableau les grandeurs analogues.

3) b) Pour une portion de conducteur électrique située entre deux surfaces équipotentielles, de potentiels  $V_1$  et  $V_2$ , et parcourue par un courant d'intensité  $I$ , la loi d'Ohm permet de définir la résistance électrique par :  $V_1 - V_2 = R I$ .

Montrer qu'il est possible de définir de manière analogue une résistance thermique  $R_{th}$  pour un conducteur thermique.

3) c) Déterminer cette résistance pour la conduite.

3) d) Avec les données :  $\lambda = 0,7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$  ;  $L = 5 \text{ m}$  ;  $a = 10 \text{ cm}$  ;  $T_1 = 350 \text{ K}$  ;  $T_2 = 290 \text{ K}$ , calculer  $R_{th}$  et la puissance thermique  $P$  traversant une section de la conduite.

4) Evaluer les transferts d'entropie  $\delta S_e$  et  $\delta S_s$ , à travers les sections d'abscisse  $x$  et  $x + dx$  de  $d\tau$  pendant le temps  $\delta t$ . Montrer alors qu'il est possible de définir un vecteur « courant d'entropie » de diffusion tel que :

$$\vec{j}_s = -\lambda \frac{\overrightarrow{\text{grad } T}}{T}.$$

En effectuant un bilan entropique, déterminer l'entropie volumique  $s_c$  créée par unité de temps, en fonction de  $\lambda$ ,  $T$  et  $\frac{dT}{dx}$ , puis en fonction de  $\lambda$ ,  $T$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  et  $L$ . Commenter.

5) Déterminer l'entropie totale  $S_c$  créée dans la conduite par unité de temps en fonction de  $R_{th}$ ,  $T_1$  et  $T_2$ .

6) On suppose à présent la conduite imparfaitement calorifugée de sorte qu'un transfert thermique  $\delta Q_{ext}$  caractérise l'échange du volume  $d\tau$  avec l'extérieur, supposé à température constante  $T_0$ , pendant  $\delta t$ .  $\delta Q_{ext}$  est proportionnel à la surface latérale  $d\sigma_\ell$  de  $d\tau$  et à l'écart de température  $(T(x) - T_0)$  :

$$\delta Q_{ext} = -\alpha (T(x) - T_0) d\sigma_\ell \delta t$$

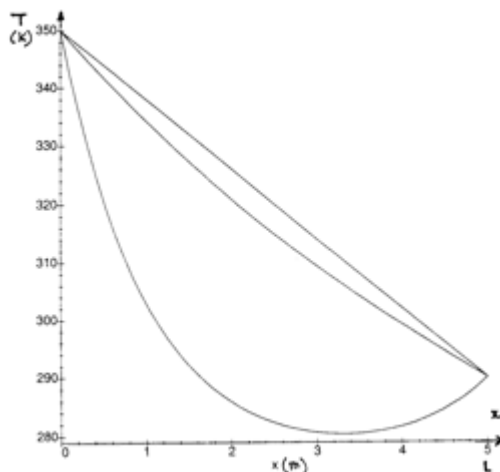
où  $\alpha$  est une constante positive. Ré-effectuer dans ces conditions un bilan thermique de la tranche de conduite située entre  $x$  et  $x + dx$  et en déduire la nouvelle équation différentielle satisfaite par  $T(x)$ .

Justifier le signe  $-$  apparaissant dans la définition de  $\delta Q_{ext}$ .

7) Déterminer la nouvelle loi de température  $T(x)$  dans la conduite (on fera apparaître une distance caractéristique  $d$  qui s'exprime en fonction de  $a$ ,  $\lambda$ ,  $\alpha$  et on se bornera à indiquer, **sans calculs**, la méthode de détermination des constantes d'intégration). Quelle est la signification physique de  $d$  ?

A.N : On considère deux valeurs possibles de  $\alpha$  :  $\alpha_1 = 1,4 \cdot 10^{-3} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$  et  $\alpha_2 = 4 \cdot 10^{-2} \text{ W.m}^{-2}.\text{K}^{-1}$ . Calculer les deux valeurs correspondantes de  $d$ .

La figure ci-dessous représente l'allure des différentes courbes  $T(x)$  pour une conduite parfaitement calorifugée ( $\alpha = 0$ ) ou imparfaitement avec les deux valeurs de  $\alpha$  proposées. La température extérieure est  $T_0 = 280 \text{ K}$ . Attribuer à chaque graphe la valeur de  $\alpha$  qui lui correspond. Commenter.



8) a) On poursuit l'analogie électrique évoquée dans la question 3) : A la masse (« potentiel 0 ») d'un montage électrique, on associe ici la température  $T_0$  de l'extérieur, prise comme « masse thermique ». En repartant du bilan thermique d'une tranche de conduite située entre  $x$  et  $x + dx$ , et en s'appuyant sur les analogies électro-thermiques, montrer qu'on peut associer aux pertes thermiques de la conduite une conductance de fuite dont on précisera la valeur linéique  $g_{th,f}$ .

Représenter alors un « schéma électrique » équivalent de la tranche de conduite située entre  $x$  et  $x + dx$ , où figurent  $g_{th,f}$  et la résistance linéique thermique « en ligne »  $r_{th}$  de la conduite.

8) b) Calculer numériquement  $r_{th}$  et  $g_{th,f}$  pour les deux valeurs précédentes de  $\alpha$ .

8) c) On note  $P'$  la puissance traversant une surface latérale de conduite de longueur  $a/2$  (qui correspond donc à une surface latérale  $\sigma_\ell = \pi a^2 = \sigma$ ). En utilisant les graphes précédents, comparer, à l'entrée de la conduite ( $x = 0$ ), la puissance  $P_0$  traversant la section de la conduite, et la puissance  $P_0'$  : on calculera le rapport  $P_0'/P_0$ . Commenter.

## Partie B :

**Le fluide est à présent en mouvement dans la conduite avec la vitesse  $\vec{v} = v \vec{e}_x$ . La quantité de fluide dans les réservoirs est maintenue constante grâce à des conduites reliées à ces réservoirs. On se place en régime stationnaire, les réservoirs sont maintenus aux températures  $T_1$  et  $T_2$ . La conduite est à nouveau parfaitement calorifugée.**

9) En supposant qu'elles ne dépendent que de la température, exprimer l'enthalpie massique  $h(x)$  et l'entropie massique  $s(x)$  du fluide à l'abscisse  $x$  en fonction de  $c$  et de  $T(x)$  à la même abscisse.

10) a) Exprimer la masse de fluide  $\delta m$  traversant toute section  $\sigma$  de la conduite pendant un temps  $\delta t$  en fonction de  $\rho$ ,  $\sigma$ ,  $v$  et  $\delta t$ .

10) b) On considère une tranche de fluide comprise, à l'instant  $t$ , entre deux abscisses quelconques  $x_1$  et  $x_2$ . Par application du premier principe de la thermodynamique à cette tranche entre les instants  $t$  et  $t + \delta t$ , montrer que :

$$j_Q(x) + \rho v h(x) = c^{te}.$$

10) c) En déduire l'équation différentielle satisfaite par la température  $T(x)$  dans la conduite.

11) Donner la solution générale de l'équation différentielle trouvée en 10) (on se bornera à indiquer, **sans calculs**, la méthode de détermination des constantes d'intégration). Montrer qu'elle fait intervenir une distance caractéristique  $D$  qui s'exprime simplement en fonction de  $\lambda$ ,  $\rho$ ,  $c$ ,  $v$ .

On donne :  $\rho = 10^3 \text{ kg.m}^{-3}$   $c = 4,18.10^3 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$   $|v| = 0,5 \text{ m.s}^{-1}$   $\lambda = 0,7 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .

Calculer numériquement  $D$  et la comparer à la longueur  $L$  de la conduite. Discuter qualitativement de la répartition de température dans la conduite selon le signe de la vitesse du fluide.

12) Evaluer les transferts d'entropie par convection  $\delta S_{e,v}$  et  $\delta S_{s,v}$  à travers les sections d'abscisse  $x$  et  $x + dx$  de  $d\tau$  pendant le temps  $\delta t$  et montrer l'existence d'un nouveau courant d'entropie de convection  $\vec{j}_{s,v}$ , qu'on exprimera en fonction des données. Effectuer un bilan d'entropie et en déduire l'entropie volumique  $s_c$  créée par unité de temps, en fonction de  $\lambda$ ,  $T$  et  $\frac{dT}{dx}$ . Commenter.