Sciences de l'ingénieur

Mise en situation :

Un mur d'escalade infini permet d'enchaîner un nombre de mouvements équivalent à celui d'une voie d'escalade en milieu naturel. Sa hauteur, plus limitée que celle des murs artificiels des salles d'escalade, lui permet d'être installé dans une salle de sport. Il s'agit ici d'étudier un système basé sur le principe d'un tapis roulant présentant au sportif des prises d'escalade artificielles standards fixées sur les planches (voir fig.1). La figure 2 montre un extrait d'un modèle numérique du nouveau système à étudier. Le grimpeur évolue sur un mur en dévers (surplomb) constitué de planches de bois articulées entre elles par un axe charnière (voir fig.3). Cette chaîne s'enroule autour de deux axes liés chacun à deux plateaux, ces axes sont en liaisons pivots avec le châssis. Un frein piloté régule la vitesse de descente du tapis générée par le poids du grimpeur. La vitesse de défilement du tapis de planches dépend du réglage choisi par l'utilisateur.

Fig. 1 : photo du mur infini

Sur la figure 2, les planches autour de l'axe supérieur ont été cachées pour montrer les axes « charnière » et la structure de l'arbre supérieur. Les proportions réelles ne sont pas respectées.

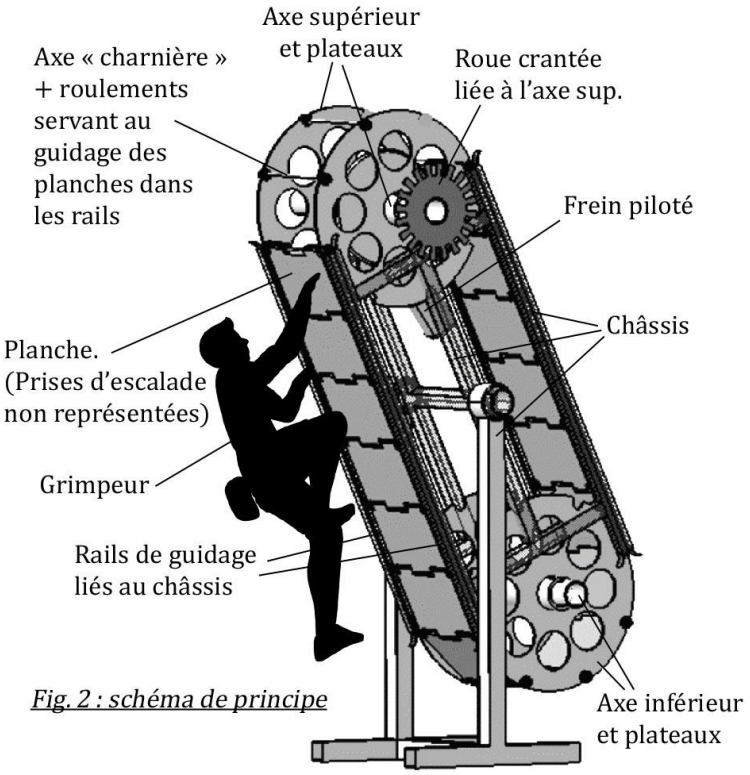

Fig. 2 : schéma de principe

Données et hypothèses :

- Compte tenu des symétries géométrique et mécanique, le problème sera considéré plan.
- Dans cette étude, les liaisons mécaniques sont parfaites (pas de frottement) à l'exception du dispositif de freinage.
- Le grimpeur est considéré comme un solide indéformable et est suspendu par ses deux mains sur une prise d'escalade. Ses pieds ne touchent pas le mur. Il ne progresse pas par rapport au tapis de planches.
- Masse du grimpeur M=90 kg. Accélération de la pesanteur $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$.

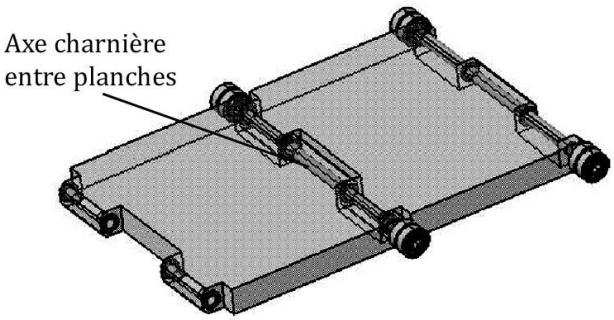

Fig. 3 : articulation des planches en hêtre

- Moment d'inertie de tous les solides en mouvement (dont le grimpeur) ramenés à l'axe de l'arbre supérieur $Jeq = 9\ kg.m^2$.
- Vitesse linéaire de défilement du tapis V : $V_{min} < V < V_{max}$. Soit : $0{,}1\ m.s^{-1} < V < 0{,}4\ m.s^{-1}$.
- Compte tenu des dimensions des prises d'escalade, l'entraxe entre deux axes charnière $p = 146$ mm.
- Valeur de l'angle d'inclinaison du mur α : $-10° < \alpha < 45°$. Ici, si $\alpha > 0$ alors le grimpeur évolue en dévers. (voir schéma 2 page suivante).

Les unités employées dans les applications numériques seront celles du système international. Répondre aux questions sur le document réponse exclusivement dans les cases prévues à cet effet.

Sur les schémas 1 et 2, les repères $(O,\vec{x},\vec{y},\vec{z})$ et $(O,\overrightarrow{x_\alpha},\overrightarrow{y_\alpha},\vec{z})$ sont liés au bâti et au châssis. L'axe $\vec{y}$ a une direction verticale ; son sens est ascendant.

<u>Dispositif mécanique (22 points)</u>

1. Sachant que l'on peut enrouler 8 planches sur toute la circonférence d'un plateau, donner la valeur de β, puis, en exploitant le triangle OAB, donner l'expression du diamètre ***d*** en fonction de ***p*** et ***β***. Calculer ensuite **d**.

Pour les questions 2 à 4, on suppose un régime permanent, c'est-à-dire que le tapis et le grimpeur évoluent avec une vitesse de défilement V constante. Pour la suite on prendra d = 0,38 m.

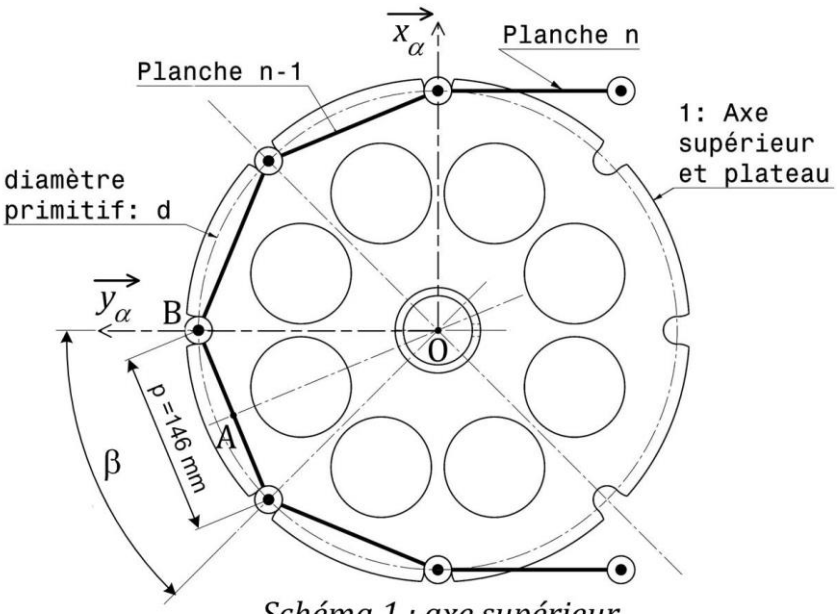

Schéma 1 : axe supérieur

2. Dessiner, sur le schéma 4 du doc. réponse, $\overrightarrow{V_{M\in n/0}}$, vecteur vitesse du point ***M*** lié à la planche ***n*** par rapport au châssis ***0***. La planche ***n*** étant guidée par les rails de guidage ***0***. On notera ***V***, la norme de $\overrightarrow{V_{M\in n/0}}$

3. Donner l'expression de la vitesse angulaire de l'axe supérieur par rapport au châssis $\omega_{1/0}$ en fonction de ***V*** et ***d***

4. Calculer les valeurs extrêmes de la vitesse angulaire $\omega_{1/0}$ en fonction des valeurs V_{min} et V_{max}

5. On considère que le frein bloque le déroulement du tapis. $\alpha = (\vec{y},\overrightarrow{y_\alpha})$ est l'angle de réglage du dévers du mur (constant pendant que le grimpeur grimpe). On isole la planche ***n*** et les axes charnières à ses extrémités (voir schéma 2). Les actions mécaniques extérieures sont :

- $\vec{P}$: poids du grimpeur appliqué sur la prise d'escalade liée à la planche ***n***
- $\overrightarrow{T_{1/n}}$: action du plateau ***1*** sur la planche ***n***
- $\overrightarrow{F_{0/n}}$ et $\overrightarrow{F'_{0/n}}$: actions du rail ***0*** sur la planche ***n*** au niveau des axes charnières, portées par $\overrightarrow{x_\alpha}$

Sachant que l'on néglige l'action de ***n+1*** sur ***n***, déterminer l'expression de $T_{1/n}$ en fonction de ***P*** et ***α***

6. Préciser la valeur de **α** pour laquelle $T_{1/n}$ est maximal puis calculer pour cette valeur de **α** la valeur maximale de $T_{1/n}$

7. Si on isole l'axe supérieur 1, donner l'expression du moment par rapport au point ***O*** de la force $\overrightarrow{T_{n/1}}$ noté $M_{O,\overrightarrow{T_{n/1}}}$ puis calculer ce moment dans le cas où il est maximum.

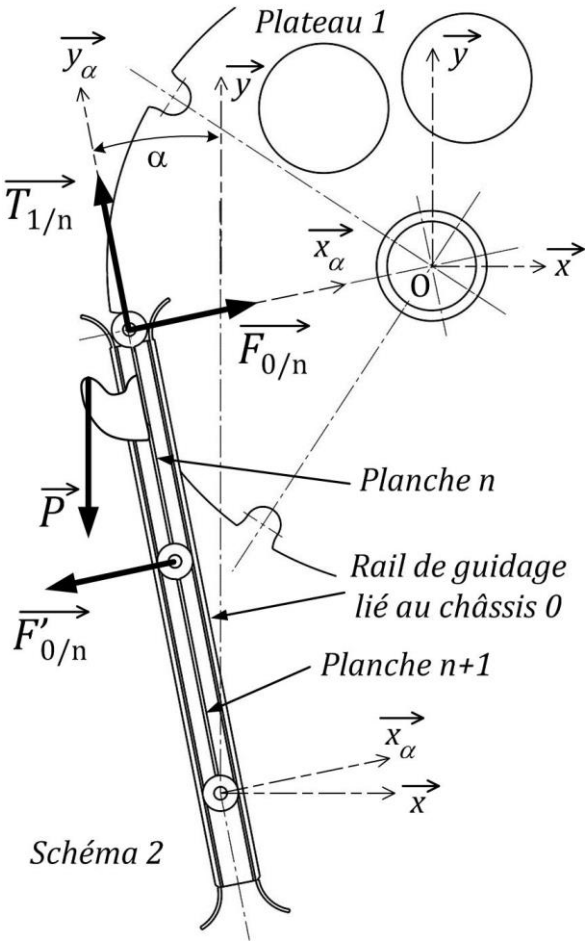

Schéma 2

Pour la suite, on désire maintenant que le système puisse changer de vitesse V de déroulement du tapis alors que le grimpeur est sur le mur.

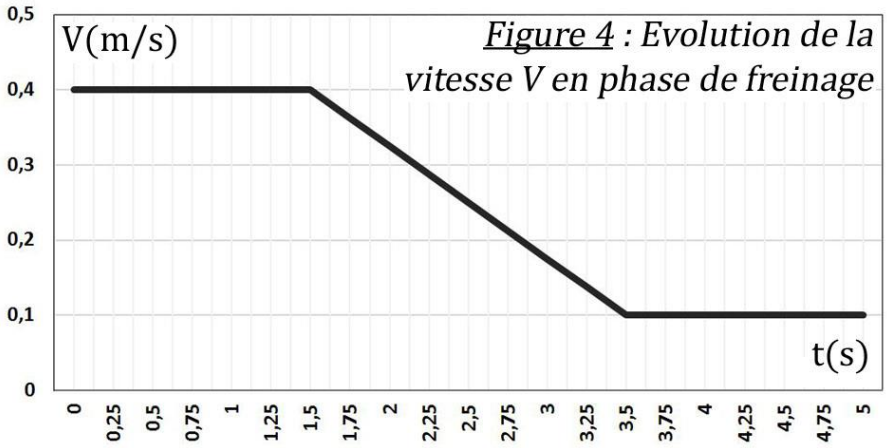

Figure 4 : Evolution de la vitesse V en phase de freinage

8. La phase où le couple de freinage sera maximal est celle où la vitesse V passe de V_{max} à V_{min}.
A l'aide de la figure 4, calculer l'accélération angulaire subit par l'axe supérieur notée $\gamma_{1/0}$

9. On isole maintenant l'axe supérieur *1*. En appliquant à l'axe supérieur *1,* le théorème du moment dynamique en projection sur l'axe $O\vec{z}$, exprimer puis calculer le couple de freinage Cf appliqué sur *1* en fonction de J_{eq}, $\gamma_{1/0}$ $et\ M_{O,\overrightarrow{T_{n/1}}}$

10. Pendant cette phase de freinage, donner l'expression puis calculer la puissance mécanique maximale générée par le frein piloté P_{fr}. On précise que le frein agit sur l'arbre *1*.

<u>Dispositif électronique de mesure (18 points)</u>

Les notations V et $\omega_{1/0}$ utilisées en question 2 et 3 seront employées pour la suite.

Une fourche optique est un capteur constitué d'un dispositif d'émission de lumière infrarouge (LED) et de réception (phototransistor) placés en vis à vis. Une roue crantée comportant 16 dents uniformément réparties sur la périphérie, solidaire du plateau supérieur, est partiellement insérée dans la fourche optique tel que représenté figure 5.

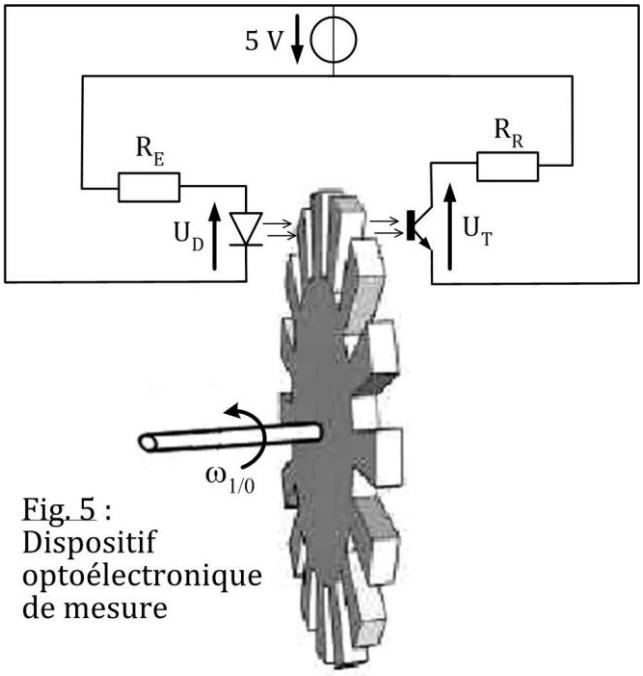

Fig. 5 : Dispositif optoélectronique de mesure

11. La tension aux bornes de la LED infrarouge est U_D = 1,2 V. Déterminer la valeur de la résistance R_E permettant l'établissement d'un courant d'intensité égal à 10 mA dans le circuit d'émission de lumière.

12. On considère que le phototransistor fonctionne comme un interrupteur : fermé quand il reçoit de la lumière et ouvert quand il n'en reçoit pas. Déterminer les valeurs de la tension U_T lorsque le phototransistor reçoit et ne reçoit pas le faisceau de lumière infrarouge.

13. En considérant la vitesse de déroulement V du tapis constante, justifier le caractère périodique de U_T

14. Exprimer la période T du signal U_T en fonction de la vitesse angulaire de rotation de la roue dentée $\omega_{1/0}$

15. Déduire de l'étude cinématique et de la question 14, la relation liant T et V sous la forme $T = \frac{K}{V}$
Calculer K et déterminer son unité.

On désire réaliser le comptage binaire des impulsions recueillies sur U_T à l'aide de bascules D (voir figure 6). Pour un tel dispositif, l'état logique (0 ou 1) présent sur l'entrée D (data) est transféré sur la sortie Q à chaque front descendant du signal d'horloge CK (clock) tel que décrit figures 7 et 8.

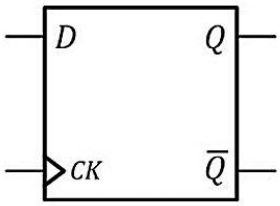

Fig. 6 : symbole

D	CK	Q_n	$\overline{Q_n}$
0	↓	0	1
1	↓	1	0
X	0	Q_{n-1}	$\overline{Q_{n-1}}$
X	1	Q_{n-1}	$\overline{Q_{n-1}}$

Fig. 7 : table d'évolution

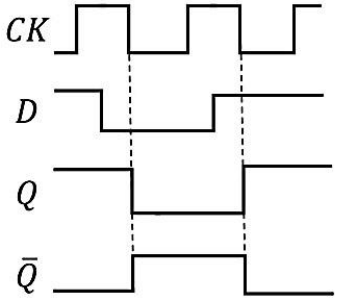

Fig. 8 : chronogramme

Un compteur comporte des bascules interconnectées tel que représenté figure 9 :

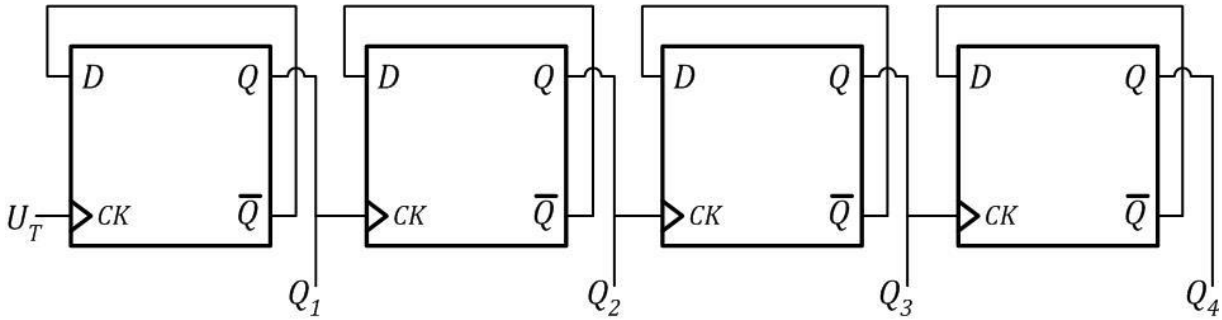

Figure 9 : structure du compteur

16. Compléter l'évolution des sorties Q2, Q3, et Q4 sur le chronogramme.

17. En considérant que les états logiques présents sur les sorties ***Q1***, ***Q2***, ***Q3*** et ***Q4*** des différentes bascules du compteur correspondent aux poids binaires de la valeur issue du comptage, déterminer quelle sortie correspond au bit de poids le plus faible.

18. Quelle est la valeur ***N(t1)*** en sortie du compteur à l'instant ***t1*** figurant sur le document réponse de la question 16.

19. Quelle est la précision L du compteur correspondant à la longueur de tapis déroulée entre deux impulsions ?

20. Combien de bascules doit comporter le compteur si l'on souhaite comptabiliser une progression du grimpeur correspondant à 9m de tapis déroulé ?