Rapport de concours du 8 mai 2016
Epreuve de MATHEMATIQUES – *Bac S*

version longue

L'intégralité du sujet est téléchargeable gratuitement sur www.concoursavenir.fr

Présentation générale concernant l'ensemble des épreuves du Concours Avenir 2016 :

Avec plus de 7 600 candidats lors de l'édition 2016, l**e Concours Avenir** se positionne comme **le premier concours commun permettant l'accès aux écoles d'ingénieurs postbac privées en France** (en termes d'attractivité / nombre de candidats) !
Il regroupe aujourd'hui 7 Grandes Ecoles d'Ingénieurs (réparties sur 11 campus), toutes habilitées par le CTI et régulièrement citées parmi les meilleures écoles d'ingénieurs postbac françaises (l'ECE, l'EIGSI, l'EISTI, l'EPF, l'ESIGELEC, l'ESILV et l'ESTACA).

L'ensemble des épreuves de ce concours se déroule sous la forme de Q.C.M.
L'efficacité et la notoriété croissante de ces questionnaires numérisés sont principalement dues à leur validation par rapport à des épreuves classiques sur des populations identiques, notamment grâce à deux qualités spécifiques :

- Le "correcteur" est identique pour tous les candidats, le barème est donc appliqué sans interprétation et ne fluctue pas au cours du temps. Les résultats obtenus ne nécessitent donc aucune péréquation. De plus, il est tout à fait possible de tester plusieurs barèmes sur une même épreuve (ou partie d'épreuve).
- Pour les enseignants, l'examen statistique de grandes populations permet de tirer des renseignements importants sur l'assimilation des programmes, et alimente la réflexion sur la pratique pédagogique au quotidien. C'est dans cette optique que nous vous proposons ce rapport de **concours 2016.**

On remarque que le nombre moyen de réponses fausses est élevé et probablement associé au fait que les candidats ne sont pas habitués au système de QCM dans lequel ***les réponses fausses pénalisent par le retrait d'1 point. Les candidats manquent parfois de prudence dans leur stratégie hasardeuse de réponse.***

Statistiques générales 2016 (toutes épreuves confondues) :

	Maths	Français	Phy	Anglais
Note moyenne (sur 20)	7,40	11,89	8,62	6,50
Ecart-type (sur 20)	2,80	2,34	3,40	3,90
Note min (sur 20)	-2,07	2,81	-0,74	-3,11
Note max (sur 20)	17,19	19,11	18,81	20,00
Nb moyen de questions traitées	34	40	39	35
Nb max de questions traitées	59	45	60	45
Nb min de questions traitées	10	9	11	4
Nb moyen de bonnes réponses	21	30	24	20
Nb moyen de mauvaises réponses	13	10	15	15

COMMENTAIRES GENERAUX CONCERNANT L'EPREUVE DE MATHEMATIQUES :

L'ordre des questions dans le sujet reprend celui d'une progression possible en cours de Terminale S et la formulation des questions reste proche de celle rencontrée dans les épreuves du baccalauréat. Certains candidats se sont sûrement trop sentis en terrain connu et ont lu trop rapidement les consignes. L'exemple le plus flagrant est la question 15 : Presque tous les candidats ont répondu à la question et on obtient seulement 25 % de réponses justes alors qu'avec une lecture plus attentive le taux de bonnes réponses aurait dû être proche de 95%.

De la même façon dès qu'on s'écarte des questions classiques rencontrées en cours on a rapidement un taux de non réponse qui dépasse 40 %. On peut le voir dès les questions 2, 8 ou 16. Les candidats semblent donc bien avoir intégré la stratégie qui consiste d'abord à répondre aux questions qui semblent les plus simples, puis de compléter ensuite pour atteindre les 45 réponses attendues.

Les élèves de Terminale, trop souvent habitués à compter sur leurs calculatrices semblent rechigner à effectuer des calculs qui leur semblent trop complexes, comme par exemple à la question 13. Or il est important pour ce genre de concours de cultiver son intuition. Le plus souvent il ne s'agit pas de répondre aux questions de façon détaillée mais de savoir faire un choix rapide parmi les réponses proposées. Il est nécessaire dans les cas les plus simples de savoir éliminer les réponses qui sont « évidemment » fausses.

Une fois de plus la trigonométrie semble être un repoussoir. Les questions qui demandent l'étude d'une fonction trigonométrique ou une résolution d'équation trigonométrique sont majoritairement neutralisées. Par exemple on a un taux de non réponses pour les questions 16 et 18 qui dépasse 75%. On est dans le premier tiers du sujet, il s'agit donc d'un choix délibéré et non d'un manque de temps. Cette désaffection pour la trigonométrie est générale et s'est retrouvée au mois de juin 2016 où le quatrième exercice du sujet de mathématiques du baccalauréat S qui utilisait la fonction tangente a été peu apprécié par les élèves.

Les questions traitant de géométrie dans le plan complexe, 33 à 36, ont été neutralisées par 70%, en moyenne, des candidats. Le programme n'exige que la définition de l'image d'un nombre complexe, son module et son argument ainsi que leur interprétation dans un repère orthonormé direct. Tous les autres développements sont donc laissés à l'appréciation de l'enseignant. Pour beaucoup de candidats les notions abordées dans ces quatre questions doivent relever de l'anecdotique.

Traditionnellement les questions de fin de sujet figurent parmi les plus moins traitées. Soit par manque de temps, soit car leur contenu n'a pas encore été traité en classe. En particulier les questions sur les lois de probabilités ont été neutralisées à 75 % en moyenne. Dans le programme de Terminale ces lois sont souvent abordées du côté calculatoire à l'aide de la calculatrice. Encore une fois ici on se détache de l'exercice de type Terminale et les candidats ne traitent pas les questions.

Les trois questions d'algorithmique pouvaient être traitées par tous les candidats. L'étude des algorithmes est en principe répartie tout au long de l'année et sur les années précédentes. Il est intéressant de voir que les questions sont de plus en plus neutralisées alors que la dernière était indépendante des deux précédentes. La limite de temps devait être sûrement atteinte.

Le problème doit être le même pour les deux dernières questions de statistiques, les questions étaient abordables et ne relevaient pas du programme de Terminale. Elles ont été neutralisées pour plus de 85% des candidats.

SUITES

Question 1 : On considère la suite géométrique (u_n) de raison $\frac{1}{2}$ telle que $u_4 = 32$. Alors pour tout $n \in \mathbb{N}$:

A : $u_n = 32 + \frac{n-4}{2}$

B : $u_n = 32 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

C : $u_n = 32 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}$

D : $u_n = 32 + \left(\frac{1}{2}\right)^{n-4}$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 2.8 % B : 7.6 % C : 80.9 % D : 2.5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 6.3 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 86.3 %

Cette première question de niveau première a été majoritairement bien traitée, la réponse B peut s'expliquer par une lecture trop rapide de la consigne et l'oubli de la prise en compte de u_4 au lieu de l'habituel u_0.

Question 2 : On considère les deux suites (u_n) et (v_n) définies par $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = \frac{3u_n + v_n}{4} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

et $\begin{cases} v_0 = 15 \\ v_{n+1} = \frac{u_n + 5v_n}{6} \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$. On admet que (u_n) converge vers $l_1 \in \mathbb{R}$ et que (v_n) converge vers $l_2 \in \mathbb{R}$, alors :

A : $l_1 = l_2$

B : $l_1 < l_2$

C : $l_1 > l_2$

D : On ne dispose pas assez d'informations pour comparer l_1 et l_2.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 8 % B : 14.4 % C : 7.3 % D : 12.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 58 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 18.9 %

Cette question est inhabituelle pour les candidats, on demande en général aux élèves de Terminale de déterminer une limite. Etablir une comparaison sans connaitre les valeurs a déconcerté un peu plus de la moitié des candidats. La répartition des réponses semble résulter du hasard ou d'une mauvaise intuition. La bonne réponse peut être obtenue rapidement en remplaçant les termes des suites par l_1 et l_2 puis en résolvant l'équation.

Question 3 : On considère une suite (u_n) strictement croissante de premier $u_0 = 2$ et la suite (v_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $v_n = \frac{-2}{1-3u_n}$. Alors la suite (v_n) est :

A : monotone et croissante.

B : monotone et décroissante.

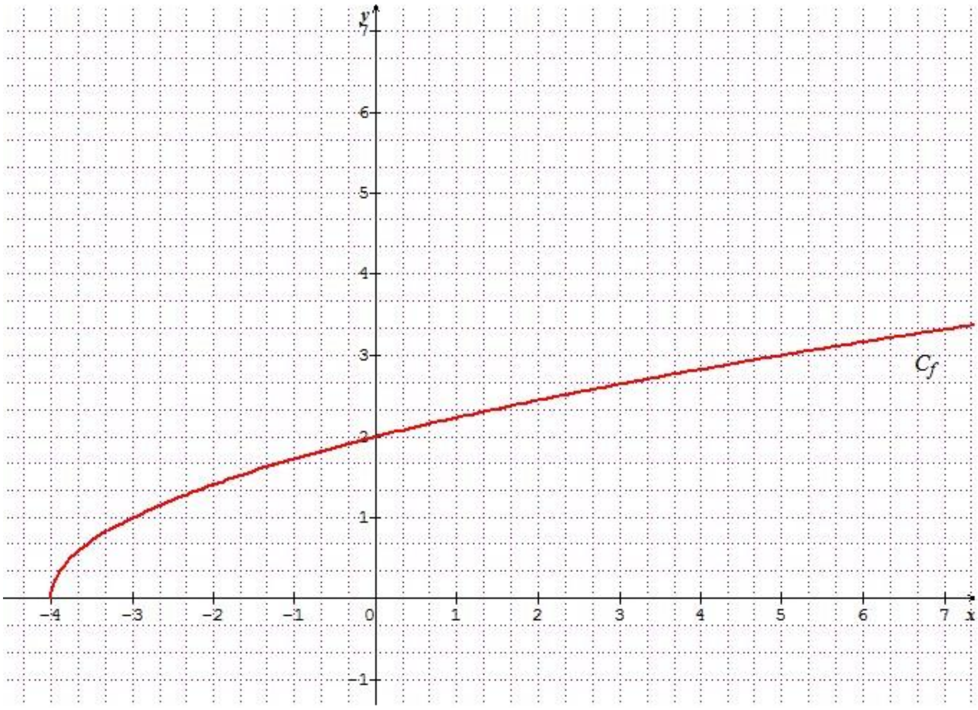
C : non monotone

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 13.7 % B : 54.6 % C : 6.9 % D : 2.9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 22 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 69.9 %

Les candidats ont su éliminer les deux dernières réponses qui ne sont pas cohérentes. Soit la majorité maitrise bien le sens de variation d'une composition, soit on peut avoir une indication de la bonne réponse en calculant v_0, v_1 et v_2 en prenant par exemple $u_0 = 2$, $u_1 = 3$ et $u_2 = 4$.

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$ où f est la fonction définie sur $[-4; +\infty[$ représentée ci-dessous :



Question 4 : La suite (u_n) est :

A : monotone et croissante.

B : monotone et décroissante.

C : non monotone

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 43.5 % B : 29 % C : 6.3 % D : 4.2 %

Pas de réponse ou réponse non valide : 17 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 34.9 %

Les candidats ont majoritairement traité cette question. Le faible pourcentage de bonnes réponses montre qu'ils confondent le sens de variation de la fonction et le sens de variation de la suite. On peut tracer la droite diagonale d'équation réduite y = x et représenter les premiers termes de la suite. C'est un exercice typique de Terminale. La réponse vient alors immédiatement, ainsi que celle de la question suivante.

Question 5 : La suite (u_n) :

A : converge vers 2.

B : diverge vers $+\infty$.

C : converge vers -4.

D : converge vers $l \in]2; +\infty[$.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 11.4 % B : 30.6 % C : 5.6 % D : 31.2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 21.3 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 39.6 %

Les candidats ayant eu l'idée de représenter la droite ont bien répondu, ceux ayant identifié une suite croissante ont naturellement répondu qu'elle diverge vers $+\infty$.

Logique

Question 6 : La négation de la proposition suivante "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R}$ tel que $x < y$ " est :

A : "Il existe $x \in \mathbb{R}$, tel que pour tout $y \in \mathbb{R}$, $x \geq y$ "

B : "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, il existe $y \in \mathbb{R}$ tel que $x > y$ "

C : "Il existe $x \in \mathbb{R}$, tel que pour tout $y \in \mathbb{R}$, $x < y$ "

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 25.2 % B : 17.3 % C : 5 % D : 18.6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 34 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 38.1 %

La réponse C a majoritairement été éliminée, elle garde le même sens de comparaison. Même si on obtient un plus fort pourcentage pour la bonne réponse, il y a une grande chance pour que le choix entre A, B ou D se soit fait au hasard.

Question 7 : Parmi les quatre propositions suivantes, laquelle est vraie ?

A : "Il existe $x \in \mathbb{N}$, tel que pour tout $y \in \mathbb{R}$, $x < y$ "

B : "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, pour tout $y \in \mathbb{R}$, $x^2 - y^2 > 0$ "

C : "Il existe $x \in \mathbb{R}$, tel que pour tout $y \in \mathbb{R}$, $x \times y = 2$ "

D : "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, pour tout $y \in \mathbb{R}$, $x \times y^2 = y \times x \times y$ "

Bonne réponse : D
Réponses : A : 4.8 % B : 1.6 % C : 6.2 % D : 67 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 20.4 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 84.2 %

Par principe il ne peut y avoir qu'une seule bonne réponse. Par sa simplicité la réponse D peut rapidement être identifiée. Il est ici préférable de lire toutes les réponses avant de perdre du temps à les examiner en détail et dans l'ordre.

Question 8 : Parmi les quatre propositions suivantes, laquelle est fausse ?

A : "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $x > 0$ alors $\frac{1}{x} > 0$ "

B : "Pour tout $\varepsilon \in]0; +\infty[$, il existe $\eta \in]0; +\infty[$ tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $|x| < \eta$ alors $|3x| < \varepsilon$ "

C : "Pour tout $\varepsilon \in]0; +\infty[$, il existe $\eta \in]0; +\infty[$ tel que pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $|x| < \eta$ alors $\left|\frac{1}{x}\right| < \varepsilon$ "

D : "Pour tout $x \in \mathbb{R}$, si $x = 0$ alors $(x + 1)(x - 1)x = 0$ "

Bonne réponse : C
Réponses : A : 7.4 % B : 23.4 % C : 15.9 % D : 7.6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 45.7 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 23.9 %

Cette question a plus souvent été neutralisée que les deux précédentes. La forme des réponses a pu en effrayer certains. Les limites n'étant plus définies de cette façon dans les programmes les élèves ont des difficultés à comprendre les réponses B et C. Les pourcentages des questions A et D restent anormalement élevés. La forme des réponses à vraiment dérouté les candidats.

Représentation graphique d'une fonction

Question 9 : Quelle que soit la fonction définie sur $\mathbb{R}$, sa courbe représentative admet :

A : exactement une droite asymptote horizontale

B : au maximum une droite asymptote horizontale

C : au maximum deux droites asymptotes horizontales

D : au minimum une droite asymptote horizontale

Bonne réponse : C
Réponses : A : 3.2 % B : 7.1 % C : 47.2 % D : 18.5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 23.9 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 62.1 %

Les élèves ont souvent des difficultés à interpréter « au maximum » et « au minimum ». Moins de la moitié des candidats a été capable d'identifier la bonne réponse.

On considère une fonction f définie sur $]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$. La fonction f est continue sur son domaine de définition, elle est strictement monotone sur les intervalles $]-\infty; 0[$, $]0; 3[$, $]3; 6[$, et $]6; +\infty[$. Le tableau de variation de f est le suivant :

x	$-\infty$		0		3		6		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{5e^2}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\nearrow$	$\frac{7\sqrt{2}}{5}$	$\searrow$	-3

Question 10 : $\lim_{x\to-\infty}\big(f(x)\big) =$

A : 3

B : $+\infty$

C : $-\infty$

D : -3

Bonne réponse : B
Réponses : A : 1.1 % B : 95.5 % C : 1.1 % D : 1.3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 0.9 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 96.4 %

Plus de 95 % des candidats savent lire une limite dans un tableau de variation, c'est normal. Que penser de ceux ayant fait une erreur ?

Question 11 : Dans $]-\infty; 3[\cup]3; +\infty[$ l'équation $f(x) = 0$ admet :

A : aucune solution

B : exactement 1 solution

C : exactement 2 solutions

D : exactement 3 solutions

Bonne réponse : C
Réponses : A : 2.6 % B : 7.3 % C : 86.5 % D : 2.1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 1.5 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 87.8 %

La résolution d'une équation du type f(x) = 0 et l'utilisation du théorème des valeurs intermédiaires sont des grands classiques de la classe de Terminale S. Le bon score obtenu ici est logique.

Question 12 : La courbe représentative de f admet :

A : aucune droite asymptote

B : exactement 1 droite asymptote, horizontale ou verticale.

C : exactement 2 droites asymptotes, horizontales ou verticales.

D : exactement 3 droites asymptotes, horizontales ou verticales.

Bonne réponse : C
Réponses : A : 1.7 % B : 14.9 % C : 40.1 % D : 28.5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 14.8 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 47 %

Cette question est liée à la question 9, on retrouve ici la difficulté qu'ont les candidats à visualiser une courbe représentative à partir d'un tableau. Il est de plus en plus fréquent que les élèves de Terminale se contentent de la représentation donnée par une calculatrice. Le tracé d'une courbe étant de moins en moins demandé.

Question 13 : Dans $]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$ l'équation $f(x)\ =\sqrt{e^3}$ admet :

A : aucune solution

B : exactement 1 solution

C : exactement 2 solutions

D : exactement 3 solutions

Bonne réponse : A
Réponses : A : 23.9 % B : 4.6 % C : 21.6 % D : 1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 48.8 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 46.7 %

Pour répondre à cette question il faut être capable d'ordonner les nombres $\frac{5e^2}{4}$, $\frac{7\sqrt{2}}{5}$ et $\sqrt{e^3}$ sans calculatrice. Le nombre $\sqrt{e^3}$ étant positif, les réponses B et D peuvent rapidement être éliminées. En revanche pour faire leur choix entre les réponses A et C les candidats semblent s'en être plus remis au hasard qu'au calcul.

Question 14 : On considère la fonction g définie par $g(x)\ =\ f(x^2\ +\ 4)$ pour tout $x\in\mathbb{R}$. Alors $\lim_{x\to-\infty}\big(g(x)\big)=$

A : 3

B : $+\infty$

C : $-\infty$

D : -3

Bonne réponse : D

Réponses : A : 0.8 % B : 34.1 % C : 3.8 % D : 41.5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 19.9 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 51.8 %

La détermination de $\lim_{x \to -\infty}(x^2 + 4)$ ne doit pas poser de problème au moment de l'année où se déroule le Concours Avenir. La question 10 montre que les candidats savent lire une limite dans le tableau de variations. C'est l'association des deux pour la détermination d'une limite d'une fonction composée qui semble poser des problèmes.

Equations

Question 15 : Dans $\mathbb{R}$ le trinôme $z^2 + 6z + 11$ admet :

A : deux racines réelles

B : deux racines complexes conjuguées

C : aucune racine

D : une racine réelle double

Bonne réponse : C
Réponses : A : 3.1 % B : 66.9 % C : 24.3 % D : 0.7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 5 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 25.6 %

Encore une fois les candidats n'ont pas pris le temps de bien lire la question. Conditionnés par l'utilisation en cours de la lettre z pour désigner un nombre complexe, ils sont majoritairement tombés dans le petit piège qui leur était tendu.

Question 16 : On considère la fonction f définie par $f(x) = \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right)\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Alors l'équation $f'(x) = 0$ admet pour solutions dans $[0;\pi]$:

A : $\frac{5\pi}{24}$ et $\frac{17\pi}{24}$

B : $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{4}$

C : $\frac{-7\pi}{24}$ et $\frac{-19\pi}{24}$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 1.6 % B : 7.6 % C : 0.8 % D : 9.7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 80.3 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 8 %

La question a très majoritairement été neutralisée par les candidats. La forme de la question et peut-être la complexité des réponses, on n'est pas dans le cas de fractions usuelles de π, a pu faire craindre une perte de temps.

Question 17 : Dans $\mathbb{R}$ l'équation $e^{2x} + e^{x} + 4 = \ln\left(\frac{e+1}{17}\right)$ admet :

A : aucune solution

B : exactement une solution

C : exactement deux solutions

D : exactement trois solutions

Bonne réponse : A
Réponses : A : 25.6 % B : 10.6 % C : 5.7 % D : 0.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 57.6 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 60.4 %

Le terme de gauche étant positif, celui de droite négatif, il n'y a pas de solution. Les candidats qui ont pris le temps de s'intéresser à la question l'ont majoritairement bien traitée.

Question 18 : Dans $]-\pi;\pi]$ l'équation $\sin(x) = \left(\ln\left(\frac{e^{2x+3}}{e^{2+2x}}\right)\right) \times \cos(x)$ admet :

A : aucune solution

B : exactement une solution

C : exactement deux solutions

D : exactement trois solutions

Bonne réponse : C
Réponses : A : 3.2 % B : 6.3 % C : 13.3 % D : 0.7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 76.5 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 56.6 %

Cette question a été majoritairement neutralisée, sûrement en raison de sa présumée complexité. Si on prend la peine d'observer le terme en ln on voit qu'il est égal à 1 et l'équation devient $\sin(x) = \cos(x)$. L'ensemble solution est donc $\left\{\frac{-3\pi}{4} ; \frac{\pi}{4}\right\}$.

Fonction exponentielle

Question 19 : On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{e^x-2}{e^x+2}$, alors pour tout $x \in \mathbb{R}$ on A :

A : $f'(x) = \frac{2e^{2x}}{(e^x+2)^2}$

B : $f'(x) = \frac{e^{2x}-4}{(e^x+2)^2}$

C : $f'(x) = \frac{2e^{x}}{(e^x+2)^2}$

D : $f'(x) = \frac{4e^{x}}{(e^x+2)^2}$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 2.9 % B : 0.8 % C : 2.6 % D : 86.5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 7.1 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 93.1 %

On trouve ici la dérivée simple d'un quotient. Le haut taux de bonnes réponses est cohérent. Les 13.5% des réponses fausses ou de non réponses sont plus inquiétants.

Question 20 : $\lim_{x\to+\infty}\left(xe^{\frac{1}{x}}\right) =$

A : 0

B : 1

C : $-\infty$

D : $+\infty$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 14.7 % B : 5.9 % C : 2.7 % D : 67.5 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 9.2 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 74.3 %

Cette limite est semblable à celles que les élèves trouvent dans les sujets de baccalauréat. Les candidats ayant répondu A peuvent avoir été influencés par la limite de $\frac{1}{x}$.

Question 21 : Soient x et y deux nombres réels quelconques, on note $A = e^{\frac{x+y}{2}} \times \left(e^{\frac{x-y}{2}} + e^{\frac{y-x}{2}}\right)$ et $B = \frac{e^x+e^y}{e}$, alors :

A : $A = B$

B : $A < B$

C : $A > B$

D : On ne peut pas comparer A et B sans avoir plus d'informations sur les nombres x et y.

Bonne réponse : C
Réponses : A : 1.5 % B : 5.4 % C : 39.1 % D : 12.9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 41.2 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 66.4 %

Il faut prendre le temps ici de simplifier le terme A, on obtient alors $A = e^x + e^y < B = \frac{e^x+e^y}{e}$ puisque $e > 1$.

Question 22 : $\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{11x}-e^{7x}}{x}\right) =$

A : 0

B : $+\infty$

C : 4

D : $\frac{11}{7}$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 35.4 % B : 19.5 % C : 3 % D : 1.1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 41 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 5.1 %

Si la détermination de cette limite ne pose pas de problème en enseignement supérieur, au niveau de la Terminale S elle demande un peu de virtuosité calculatoire. En effet on peut poser $\lim_{x\to 0}\left(\frac{e^{11x}-e^{7x}}{x}\right) = \lim_{x\to 0}\left(e^{7x}\times 4\times\frac{e^{4x}-1}{4x}\right) = 1\times 4\times 1 = 4$. Ceci explique le très faible taux de bonnes réponses.

Fonction logarithme népérien

Question 23 : $\ln(16) + 2\ln(3) - \ln(24)$ est égal à :

A : 0

B : $2\ln(3)$

C : $\ln(6)$

D : $\ln(5)$.

Bonne réponse : C
Réponses : A : 8.8 % B : 2.6 % C : 43.2 % D : 2.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 43 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 75.9 %

On a ici une simple utilisation des règles de calculs avec des logarithmes népériens. Encore une fois on peut voir que le calcul mental n'est pas un des points forts des candidats puisqu'on se retrouve à devoir calculer $\frac{16\times 3^2}{24} = \frac{2\times 8\times 3\times 3}{3\times 8} = 6$.

Question 24 : Pour tout $x \in]-3;3[$, $\ln(9-x^2)$ est égal à :

A : $2\ln(3) - 2\ln(x)$

B : $\ln(-3-x) + \ln(-3+x)$

C : $\ln(-3-x)\times\ln(-3+x)$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 6.7 % B : 30.7 % C : 8.1 % D : 24 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 30.5 %

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 34.5 %

Les candidats ayant répondu B ont simplement effectué le calcul sans se préoccuper du domaine de définition des fonctions utilisées. Les réponses A et C, minoritaires, montrent une mauvaise utilisation des règles de calcul.

Question 25 : $\lim_{x \to +\infty}(4x - 3\ln(x)) =$

A : 0

B : $+\infty$

C : $-\infty$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 2.5 % B : 66.8 % C : 4.6 % D : 3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 23.2 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 86.9 %

On utilise ici la croissance comparée de la fonction ln. C'est un exercice classique de la classe de Terminale, bien maitrisé par les candidats.

Question 26 : $\lim_{x \to 0}\left(2x\sqrt{4 + 5(\ln(x))^2}\right) =$

A : 0

B : $+\infty$

C : $-\infty$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 46.6 % B : 7.5 % C : 2 % D : 4.2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 39.8 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 77.3 %

Même si elle est très souvent enseignée, $\lim_{x \to 0}(xln(x))$ n'est pas exigible d'après le programme. Ceci peut expliquer le score inférieur obtenu pour cette question par rapport à la précédente.

Question 27 : On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = x\ln(x) - x$, alors pour tout $x \in]0; +\infty[$ on A :

A : $f'(x) = \frac{1}{x} - 1$

B : $f'(x) = \ln(x) - 2$

C : $f'(x) = 1 - x$

D : $f'(x) = \ln(x)$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 9.1 % B : 3.8 % C : 1.3 % D : 74.1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 11.7 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 83.9 %

La primitive de *ln(x)* n'étant pas exigible, les candidats ont dû déterminer $f'(x)$. Le calcul a majoritairement été bien mené.

Question 28 : On considère la fonction f définie sur ℝ par $f(x) = \frac{x^3}{x^4+2}$, alors une primitive de f est :

A : $F(x) = \ln(x^4 + 2)$

B : $F(x) = 4\ln(x^4 + 2)$

C : $F(x) = \frac{\ln(x^4+2)}{4}$

D : $F(x) = \frac{\ln(x^4+2)}{3}$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 4.2 % B : 7 % C : 56.3 % D : 5.3 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 27.2 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 77.4 %

Pour cette question, encore une fois pas de piège particulier. Les candidats ne maitrisant pas la détermination d'une primitive doivent dériver les différentes propositions et sont alors pénalisés par le temps nécessaire aux calculs.

Nombres complexes

Question 29 : On considère le nombre complexe $z = 4 + 4i$, alors un argument de $-\overline{z}$, à 2π près, est :

A : $\frac{\pi}{4}$

B : $-\frac{\pi}{4}$

C :$-\frac{3\pi}{4}$

D : $\frac{3\pi}{4}$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 8.8 % B : 7.6 % C : 7.4 % D : 46.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 29.8 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 66.1 %

Le nombre complexe considéré ici est simple, il suffit de faire un rapide schéma et de placer l'image de $-\overline{z} = -4 + 4i$ pour obtenir la réponse.

Question 30 : On considère le nombre complexe $z = 3(\sin(\Theta) + i\cos(\Theta))$ où $\Theta \in \mathbb{R}$, alors un argument de z, à 2π près, est :

A : Θ

B : $\frac{\pi}{2} - \Theta$

C : $\Theta + \pi$

D : $\Theta - \pi$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 31.7 % B : 14.2 % C : 2.5 % D : 1.2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 50.4 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 28.6 %

La majorité des candidats qui ont traité cette question ont surement cru lire la forme trigonométrique du nombre complexe. L'inversion de la position du sinus et du cosinus donne la réponse B.

Question 31 : On considère le nombre complexe $z = -2e^{\overline{\frac{2i\pi}{3}}}$, alors un argument de $(1-i)\overline{z}$, à 2π près, est :

A : $\frac{5\pi}{12}$

B : $\frac{-5\pi}{12}$

C : $\frac{7\pi}{12}$

D : $\frac{\pi}{12}$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 3.4 % B : 3.7 % C : 2.2 % D : 3.2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 87.4 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 25.6 %

On doit utiliser ici plusieurs propriétés de l'argument, c'est pourquoi beaucoup de candidats n'ont pas traité cette question. On doit effectuer $\left(\frac{-\pi}{4}\right) + \left[-\left(\frac{2\pi}{3} - \pi\right)\right] = \left(\frac{-3\pi}{12}\right) + \left(\frac{4\pi}{12}\right) = \frac{\pi}{12}$.

Question 32 : Dans $\mathbb{C}$ le trinôme $z^2 - 2z + 5$ admet pour racines :

A : $1 + 2i$ et $-1 - 2i$

B : $1 + 4i$ et $1 - 4i$

C : $1 + 2i$ et $1 - 2i$

D : $1 + 4i$ et $-1 - 4i$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 3 % B : 7.1 % C : 73.9 % D : 0.8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 15.2 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 87.2 %

Pas de difficultés ou de pièges dans cette question. Même si le taux de bonnes réponses est élevé on aurait pu s'attendre à un plus haut score.

Question 33 : On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé et on considère l'ensemble $\mathcal{E}$ des points M d'affixe $z \in \mathbb{C}$ tels que $|z - 1 + 2i| = 1$ et $|z - 5 + i| = 3$.

A : $\mathcal{E}$ est la réunion de 2 droites

B : $\mathcal{E}$ est la réunion de 2 cercles

C : $\mathcal{E}$ est l'intersection de deux cercles

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 4.9 % B : 7.3 % C : 17.5 % D : 3.9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 66.4 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 52.1 %

Les candidats qui ont répondu à la question ont hésité entre la réunion et l'intersection. Ce problème de compréhension entre le « et » et le « ou » pourra se retrouver en probabilités.

Question 34 : On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé et on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $1 + i$, $-1 - i$, $2 + i$ et $2 - i$. On note $\mathcal{E}$ l'ensemble des points M d'affixe $z \in \mathbb{C}$ tels que $|z - (1 + i)| = |\overline{z} - 2 + i|$.

A : $\mathcal{E}$ est la droite (AC)

B : $\mathcal{E}$ est la médiatrice de $[AC]$

C : $\mathcal{E}$ est la droite (BC)

D : $\mathcal{E}$ est la médiatrice de $[AD]$

Bonne réponse : B
Réponses : A : 2.1 % B : 8.8 % C : 1.6 % D : 17.2 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 70.3 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 29.5 %

Les réponses A et C ont normalement été écartées. Les candidats ont identifié une médiatrice. La non prise en compte du conjugué de z a généré les réponses B.

Question 35 : On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé et on considère les points M d'affixe $z \in \mathbb{C}$ tels que $z^2 + 3i$ est un nombre imaginaire pur, ces points M sont situés sur :

A : une droite

B : les axes du repère

C : un cercle

D : la réunion de deux droites différentes des axes du repère.

Bonne réponse : D

Réponses : A : 20.9 % B : 10 % C : 5.8 % D : 3.6 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 59.6 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 9 %

Le faible taux de bonnes réponses, même parmi les candidats ayant répondu, montre la difficulté qu'ont les élèves de Terminale à faire le lien entre une équation dans $\mathbb{C}$ et l'image de l'ensemble des solutions dans le plan. Le nombre $z^2 + 3i$ est un nombre imaginaire pur si $Re(z^2) = 0 \Leftrightarrow Re(z)^2 - Im(z)^2 = 0 \Leftrightarrow Re(z) = \pm Im(z)$. Le point M est situé sur une des deux diagonales du repère.

Question 36 : On se place dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé et on considère l'ensemble $\mathfrak{E}$ des points M d'affixe $z \in \mathbb{C}$ tels que l'argument de $(z + 4i) = \frac{\pi}{4}$ à 2π près. Alors :

A : $\mathfrak{E}$ est une droite

B : $\mathfrak{E}$ est la réunion de 2 droites

C : $\mathfrak{E}$ est une demi-droite.

D : $\mathfrak{E}$ est la réunion de 2 demi-droites non parallèles.

Bonne réponse : C
Réponses : A : 5 % B : 1.4 % C : 12.7 % D : 1.7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 79.2 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 60.9 %

Lorsque la question a été abordée, la demi-droite a été majoritairement identifiée. On peut identifier la bonne réponse à l'aide d'un schéma. La réponse A apparait quand on oublie de tenir compte du signe de l'argument.

Intégration

Question 37 : $\int_0^1 (x^2 + x)dx =$

A : 2

B : $\frac{5}{6}$

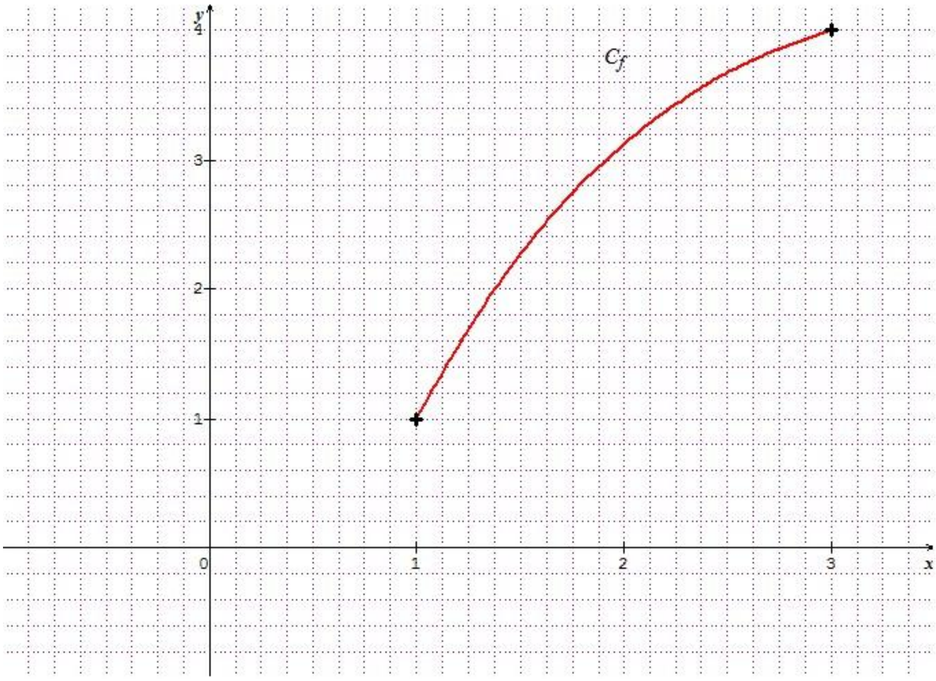
C : $\frac{2}{5}$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 7.7 % B : 73.7 % C : 0.7 % D : 8.1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 9.7 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 81.7 %

Souvent le calcul intégral a été abordé peu de temps avant la date du Concours Avenir. Il est parfaitement normal qu'un élève de Terminale S se destinant à des études scientifiques sache intégrer un polynôme. La réponse A correspond principalement aux candidats qui ont calculé $(1^2 + 1) - (0^2 + 0)$!

On considère la fonction f définie sur $[1\ ;\ 3]$ représentée ci-dessous :



Question 38 : On note $I = \int_1^3 f(x)dx$, alors :

A : $3 < I < 4$

B : $4 < I < 5$

C : $5 < I < 6$

D : $6 < I < 7$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 10.3 % B : 6 % C : 41.7 % D : 8.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 33.6 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 62.8 %

On aborde ici l'interprétation géométrique d'une intégrale. Il convient de tracer rapidement un quadrillage. Les 10.3 % de candidats ayant répondu A ont sûrement dû oublier les 2 unités d'aire situées « entre le bas de la courbe et l'axe des abscisses ».

Question 39 : On note m la valeur moyenne de f sur $[1\ ;\ 3]$, alors :

A : $m = 2{,}5$

B : $m = 2$

C : $m < 2{,}5$

D : $m > 2{,}5$

Bonne réponse : D

Réponses : A : 6.8 % B : 4.9 % C : 14.2 % D : 30.2 %

Pas de réponse ou réponse non valide : 43.8 %

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 53.8 %

On peut rapidement obtenir la réponse D en observant que la courbe est au-dessus de la droite passant par les extrémités de la courbe. Encore une fois ceci nécessite de connaitre le lien entre la valeur moyenne et son interprétation géométrique.

Géométrie dans l'espace

Question 40 : On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère la droite (d) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 + 3t \\ z = 2 - t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$, alors (d) passe par :

A : par le point de coordonnées $(1\,;\ 3\,;\ -1)$

B : par le point de coordonnées $(1\,;\ -1\,;\ 0)$

C : par le point de coordonnées $(0\,;\ -4\,;\ -3)$

D : par le point de coordonnées $(4\,;\ 8\,;\ -1)$

Bonne réponse : D

Réponses : A : 18.8 % B : 1.6 % C : 4.1 % D : 49.6 %

Pas de réponse ou réponse non valide : 25.8 %

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 66.9 %

Il faut trouver la valeur de t qui permet d'obtenir les coordonnées, pour t = 3 on obtient la bonne réponse. Les candidats ayant répondu A ont lu les coefficients de t donc les coordonnées d'un vecteur directeur de la droite. Si on ne fait pas preuve d'intuition il faut tester les quatre réponses et perdre un peu de temps.

Question 41 : On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère le plan P d'équation cartésienne $2x - 3y + z + 1 = 0$ alors P admet pour vecteur normal :

A :$\vec{n}\begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}$.

B : $\vec{n}\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -2 \end{pmatrix}$.

C : $\vec{n}\begin{pmatrix} 8 \\ -12 \\ 4 \end{pmatrix}$.

D : $\vec{n}\begin{pmatrix} -6 \\ 9 \\ 2 \end{pmatrix}$.

Bonne réponse : C

Réponses : A : 1.7 % B : 2.6 % C : 56.2 % D : 0.8 %

Pas de réponse ou réponse non valide : 38.6 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 91.6 %

Il faut déterminer quel vecteur proposé est colinéaire à celui de coordonnées $\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Il n'y a pas de difficultés particulières.

Question 42 : On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère les deux vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix}$, alors $\vec{u}.\vec{v} =$

A : 5

B : $\sqrt{17}$

C : -5

D : 3

Bonne réponse : D
Réponses : A : 1.2 % B : 1.8 % C : 0.8 % D : 64.1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 32.1 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 94.5 %

Encore une fois il s'agit de l'utilisation directe d'un résultat du cours.

Question 43 : On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère le plan P d'équation cartésienne $x - 2y + z + 3 = 0$ et le plan P' d'équation cartésienne $2x - y + 3z + 4 = 0$. L'intersection de P et P' est :

A : vide.

B : réduite au point $A\left(-\frac{5}{3};\frac{2}{3};0\right)$

C : égale à la droite (d) de représentation paramétrique $\begin{cases} x = \frac{-5}{3} + 5t \\ y = \frac{2}{3} - t \\ z = -7t \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 2.6 % B : 9.3 % C : 7.9 % D : 10.9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 69.4 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 35.7 %

Les vecteurs normaux de chacun des plans n'étant pas colinéaires la réponse A est éliminée. La réponse B est impossible. Le point de coordonnées $\left(\frac{-5}{3};\ \frac{2}{3};0\right)$ appartient bien aux deux plans, en revanche le vecteur $\vec{u}\begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -7 \end{pmatrix}$, vecteur directeur de (d), n'est pas orthogonal à $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$, vecteur normal à P'. On peut éliminer la réponse C.

Question 44 : On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère les trois vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$; $\vec{v}\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ -4 \end{pmatrix}$, alors :

A : ces 3 vecteurs sont colinéaires

B : ces 3 vecteurs sont non coplanaires

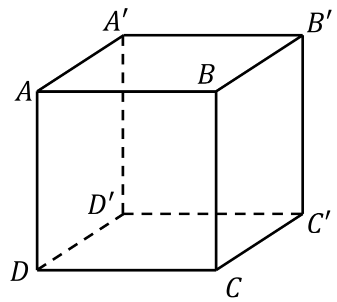
C : ces 3 vecteurs sont coplanaires

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 0.5 % B : 25.6 % C : 8 % D : 4.1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 61.8 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 66.9 %

Répondre à cette question demande du temps, ceci explique sûrement le taux élevé de candidats ayant neutralisé la question.

On se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé. On considère le cube $ABCDA'B'C'D'$ de côté 1.



Question 45 : $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{C'B'} =$

A : 0

B : 1

C : -1

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : C
Réponses : A : 5.7 % B : 16.4 % C : 20.8 % D : 13.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 43.7 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 37 %

On peut poser $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{C'B'} = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{DA} = -\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AD} = -AD^2 = -1$. Les candidats ont généralement vu que les vecteurs ne sont pas orthogonaux (réponse A). La répartition des réponses entre B, C et D semble relever d'un choix aléatoire plutôt que résulter d'un calcul approfondi.

Question 46 : Soit I le milieu de $[A'B']$, alors $\cos\left(\widehat{DIB}\right) =$:

A : 0

B : $\frac{\sqrt{5}}{5}$

C : $\frac{\sqrt{2}}{2}$

D : $\frac{\sqrt{3}}{4}$

Bonne réponse : B

Réponses : A : 3.6 % B : 1.6 % C : 8.3 % D : 2.1 %

Pas de réponse ou réponse non valide : 84.4 %

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 10.1 %

Pour bien répondre il faut connaitre la définition du produit scalaire en fonction du cosinus et savoir déterminer rapidement le produit scalaire et les longueurs nécessaires. Il faut choisir un repère et mener à bien tous les calculs, ceci sera plus ou moins compliqué en fonction du repère choisi. Tout cela explique que près de 85% des candidats n'ont pas traité la question et le très faible taux de bonnes réponses.

Probabilités Conditionnelles

Question 47 : On considère 2 évènements A et B, tels que $P(A) = 0{,}3$; $P(B) = 0{,}6$ et $P(A \cap B) = 0{,}2$, alors :

A : $P_A(B) = \frac{2}{3}$

B : $P_A(B) = \frac{1}{2}$

C : $P_A(B) = \frac{1}{3}$

D : $P_A(B) = 2$

Bonne réponse : A

Réponses : A : 75.7 % B : 1.4 % C : 7.4 % D : 0.4 %

Pas de réponse ou réponse non valide : 15 %

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 89.1 %

On applique directement la définition, $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0{,}2}{0{,}3} = \frac{2}{3}$. La réponse B a été donnée par les candidats ayant calculé $\frac{P(B)}{P(A)}$, ceux ayant calculé $\frac{P(A \cap B)}{P(B)}$ ont répondu C. Il est inquiétant de voir qu'une poignée de candidats ont répondu D !

Question 48 : On considère 2 évènements A et B, tels que $P(A) = 0{,}8$; $P(B) = 0{,}5$ et $P_A(B) = 0{,}4$, alors :

A : $P_{\bar{A}}(B) = 0{,}4$

B : $P_{\bar{A}}(B) = 0{,}2$

C : $P_{\bar{A}}(B) = 0{,}5$

D : $P_{\bar{A}}(B) = 0{,}9$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 4.1 % B : 7.9 % C : 17.8 % D : 10.8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 59.4 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 26.6 %

On peut soit représenter l'arbre pondéré, soit directement poser les calculs : $P(\bar{A}) = 1 - 0{,}8 = 0{,}2$ et $P(\bar{A} \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 0{,}5 - 0{,}8 \times 0{,}4 = 0{,}18$ d'où $P_{\bar{A}}(B) = \frac{0{,}18}{0{,}2} = 0{,}9$. C'est un calcul assez complexe et long.

Question 49 : On lance 2 dés cubiques non truqués dont les faces sont numérotées de 1 à 6. Quelle est la probabilité d'obtenir une somme strictement supérieure à 5 sachant que les 2 numéros obtenus sont différents ?

A : $\frac{6}{26}$

B : $\frac{11}{15}$

C : $\frac{26}{36}$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 1.4 % B : 10 % C : 12.2 % D : 24.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 52 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 20.8 %

Pour répondre rapidement on peut écrire le tableau de la somme de deux dés. Les deux numéros étant différents il y a 30 cas possibles et 22 cas favorables. On n'est pas pour cette question dans une application directe du cours. Cet exercice demande un minimum d'intuition. La réponse C peut sembler tentante en raison du dénominateur égal à 36. En revanche pour la réponse B les nombres 11 et 15 qui ne semblent pas pouvoir apparaitre dans ce cas peuvent avoir poussé les candidats à répondre D par défaut.

Loi de probabilités

Question 50 : Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi uniforme sur $[0\ ;\ 12]$ alors $P_{(X > 4)}(X < 6) =$

A : $\frac{1}{4}$

B : $\frac{1}{2}$

C : $\frac{1}{3}$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : A
Réponses : A : 7.2 % B : 3.6 % C : 2.6 % D : 13 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 73.5 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 27.3 %

On calcule $\frac{P(4<X<6)}{P(4<X<12)} = \frac{\frac{2}{12}}{\frac{8}{12}} = \frac{1}{4}$. La loi uniforme généralement étudiée rapidement en cours figure peu dans les textes de baccalauréat et retient peu l'intérêt des élèves.

Question 51 : Un coursier fait une livraison quotidienne, son passage à mon bureau est réparti aléatoirement de façon uniforme entre 10 h et 12 h 30 min. Sur un grand nombre de jours, à quelle heure puis-je, en moyenne, espérer le voir passer ?

A : 10 h 45 min

B : 11 h

C : 11 h 15 min

D : 11 h 30 min

Bonne réponse : C
Réponses : A : 1.7 % B : 0.5 % C : 50.6 % D : 0.7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 46.4 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 94.5 %

Le milieu de l'intervalle 10 h – 12 h 30 est 11h 15. Sans connaitre la loi uniforme il est possible de répondre intuitivement à cette question, on trouve logiquement un taux de bonnes réponses bien supérieur à celui de la question précédente.

Question 52 : Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi exponentielle de paramètre λ telle que $E(X) = 6$. Soit $h \in [0; +\infty[$ tel que $P(X > h) = 0{,}3$. Alors $P_{(X>6)}(X > 6 + h) =$

A : 0,18

B : 0,3

C : 0,5

D : 0

Bonne réponse : B
Réponses : A : 2.6 % B : 16.3 % C : 0.9 % D : 0.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 79.8 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 80.8 %

Il s'agit d'une propriété essentielle de la loi exponentielle aussi appelée loi de durée de vie sans vieillissement. Les candidats qui ont répondu à cette question semblent l'avoir fait presque uniquement en étant sûrs de la réponse.

Question 53 : Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi normale centrée réduite, on note μ l'espérance mathématique de X et σ l'écart-type de X, alors :

A : $\mu = 0$ et $\sigma = 1$

B : $\mu = 1$ et $\sigma = 1$

C : $\mu = -1$ et $\sigma = 1$

D : $\mu = 1$ et $\sigma = 0$

Bonne réponse : A
Réponses : A : 29.7 % B : 2.1 % C : 0.3 % D : 2.4 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 67.2 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 85.3 %

Comme pour la question précédente on est ici sur une définition abordée en fin de programme et encore une fois on retrouve une petite partie des candidats connaissant la réponse.

Question 54 : Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi normale d'espérance mathématique 8 et d'écart-type σ. On sait que $P(5 < X < 11) \approx 0{,}95$, alors :

A : $\sigma = 1$

B : $\sigma = \frac{1}{2}$

C : $\sigma = 3$

D : $\sigma = \frac{3}{2}$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 1.5 % B : 0.8 % C : 5.3 % D : 4.9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 87.6 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 39.2 %

On utilise le fait que $P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}95$. Les candidats ont rapidement écarté les réponses A et B. Il semble y avoir une répartition uniforme des réponses entre C et D.

Question 55 : Soit X une variable aléatoire continue qui suit une loi normale d'espérance mathématique 4 et d'écart-type 2. Alors $P_{(X>2)}(2 < X < 6) \approx$

A : $\frac{1}{2}$

B : $\frac{17}{21}$

C : $\frac{95}{97{,}5}$

D : $\frac{99}{99,5}$

Bonne réponse : B

Réponses : A : 1.5 % B : 1.9 % C : 1.3 % D : 1 %

Pas de réponse ou réponse non valide : 94.2 %

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 33.2 %

Pratiquement aucun candidat ne s'est risqué sur cette question et les rares téméraires semblent avoir répondu au hasard. On attend ici un peu de virtuosité. On a $P_{(X>2)}(2 < X < 6) = \frac{P(2<X<6)}{P(2<X)}$ avec $P(2 < X < 6) = P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma) \approx 0,68$ et $P(2 < X) = P(\mu - \sigma < X) \approx 0,68 + \frac{1-0.68}{2} = 0,84$. La réponse est donc $\frac{68}{84} \approx \frac{17}{21}$.

Algorithmique

On considère l'algorithme suivant :

Variables :

I , N , U : nombre

Traitement :

Saisir un entier N

Affecter à U la valeur 2

Pour I allant de 1 à N par pas de 1 faire

Si U est pair alors affecter à U la valeur $\frac{U}{2}$

sinon affecter à U la valeur $3U + 1$

Fin du si

Fin du pour

Afficher U

Question 56 : Si on fait fonctionner l'algorithme avec $N = 4$, on obtient comme affichage :

A : 1

B : 3,5

C : 4

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : A

Réponses : A : 51 % B : 0.7 % C : 4.7 % D : 10.5 %

Pas de réponse ou réponse non valide : 33.2 %

Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 76.4 %

Une question a priori simple, il faut faire fonctionner la boucle « pour » quatre fois de suite. Il faut simplement prendre le temps d'effectuer le bon test.

Question 57 : Si on fait fonctionner l'algorithme avec $N = 55$, on obtient comme affichage :

A : 2

B : 1

C : 25

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : B
Réponses : A : 14.6 % B : 24.4 % C : 0.9 % D : 9.1 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 51 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 49.8 %

On a une suite de Syracuse de période 3, donc tous les trois calculs on retrouve la valeur 1. Sans connaitre ce type de suite un candidat ayant traité correctement la question précédente peut remarquer qu'au premier passage dans la boucle on trouve U =1, comme au quatrième passage. Or $55 = 1 + 3 \times 18$, donc on termine par U = 1.

Question 58 : Par quelle condition doit-on remplacer "Si U est pair" si on désire programmer cet algorithme. Dans les quatre réponses suivantes $E(X)$ désigne la partie entière du nombre X.

A : Si $U - E(U) = 0$

B : Si $2U - E(2U) = 0$

C : Si $U - 2E\left(\frac{U}{2}\right) = 0$

D : Si $\frac{U}{2} - 2E\left(\frac{U+1}{2}\right) = 0$

Bonne réponse : C
Réponses : A : 2.1 % B : 2 % C : 12 % D : 1.9 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 81.9 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 66.4 %

On peut répondre rapidement à cette question en remplaçant U par un nombre impair. La fonction partie entière est en principe étudiée en début d'année avec l'étude de la continuité des fonctions. Mais si elle est peu utilisée ensuite il y a une grande chance qu'elle soit vite oubliée.

Statistiques

Question 59 : On considère la série statistique suivante :

Modalités (x_i)	2	3	4	6	8
Effectifs (n_i)	8	18	16	12	5

On désigne par "Mo" le mode de la série et par "Med" la médiane de la série, alors :

A : $Mo = 3$ et $Med = 3$

B : $Mo = 4$ et $Med = 4$

C : $Mo = 5$ et $Med = 4$

D : $Mo = 3$ et $Med = 4$

Bonne réponse : D
Réponses : A : 1.4 % B : 4.5 % C : 4.5 % D : 4.8 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 84.8 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 31.4 %

Si les candidats ayant répondu à cette question ont clairement déterminé la médiane de la série, le mode a été oublié depuis longtemps. Les réponses se répartissent donc uniformément entre B, C et D.

Question 60 : On observe un caractère sur un échantillon de taille n, la fréquence observée permet d'obtenir un intervalle de confiance au seuil de 95 % d'amplitude :

A : $\sqrt{n}$

B : $1{,}96\sqrt{n}$

C : $\frac{1}{\sqrt{n}}$

D : Aucune des 3 réponses précédentes n'est exacte.

Bonne réponse : D
Réponses : A : 0.5 % B : 2.9 % C : 4.6 % D : 4.7 %
Pas de réponse ou réponse non valide : 87.4 %
Pourcentage de bonnes réponses parmi ceux ayant répondu : 36.9 %

Une fois de plus on aborde un thème souvent étudié en fin d'année en Terminale. Cependant ce chapitre est également vu en Seconde et Première. Si les réponses A et B semblent peu plausibles, les candidats ne semblent pas pouvoir choisir entre les réponses C et D.

FIN