NOM :………………………………………………………….

PRENOM :……………………………………………….

NUMERO APB DE CANDIDAT :………………..

EPREUVE DE

MATHEMATIQUES

DUREE : 1h30mn

Coefficient 5

CONSIGNES SPECIFIQUES

Lire attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve.

Cette épreuve comporte volontairement plus d'exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps imparti.
La raison en est que votre enseignant n'a pas forcément traité l'ensemble du programme de Terminale S.

Vous devez répondre à 45 questions au choix parmi les 60 proposées pour obtenir la note maximale.
Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières seront prises en compte.

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon.
L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique est interdit.
Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.

Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.
Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e). Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !

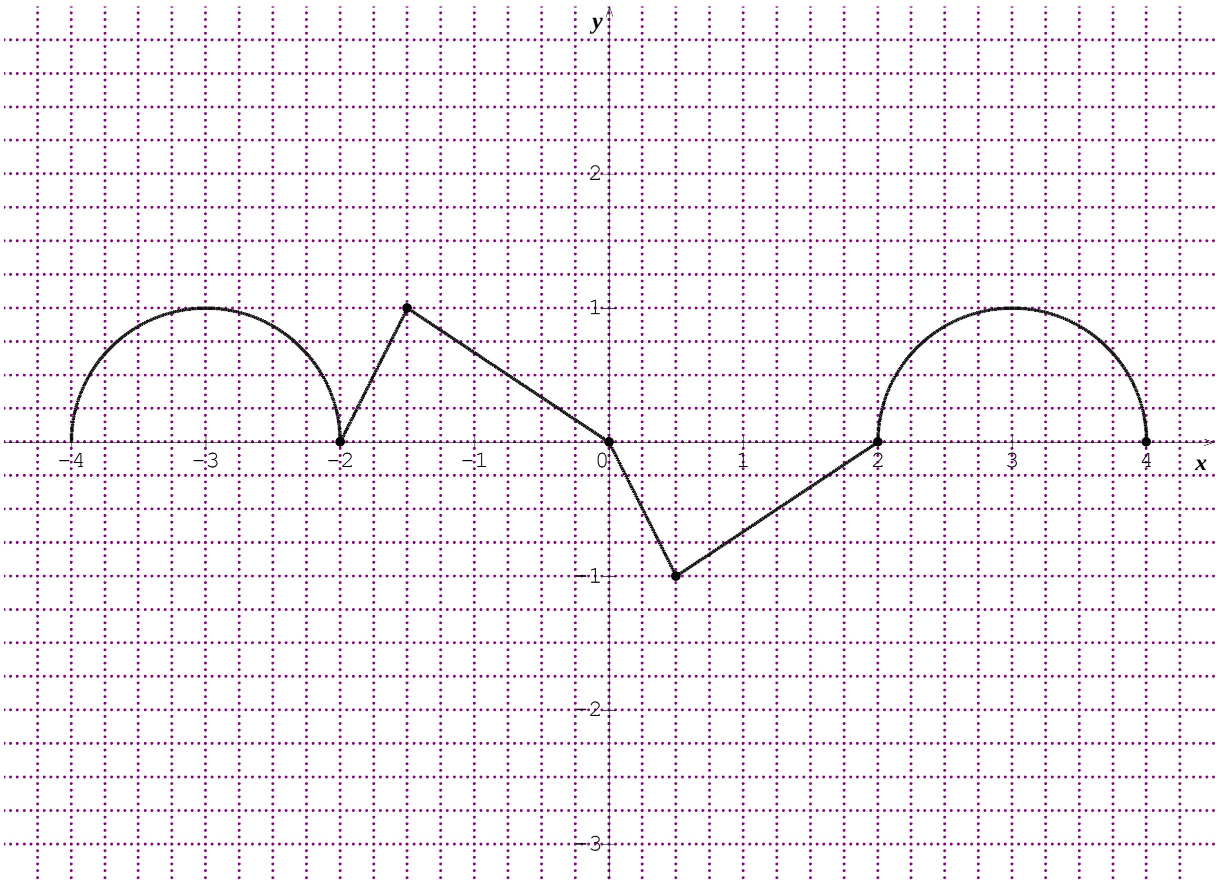
Barème :

Une seule réponse exacte par question. Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de 3 points**, tandis que **chaque réponse fausse est pénalisée par le retrait d'1 point.**

CONCOURS AVENIR – 8 MAI 2015

INTERPRETATION GRAPHIQUE

Est représentée ci-dessous, dans un repère orthonormé, la courbe représentative d'une fonction f définie sur [-4 ; 4]



1. **La fonction f**

a. est paire non impaire
b. est impaire non paire
c. est paire et impaire
d. n'est ni paire ni impaire

2. **L'équation $f(x) = 0$ admet**

a. 2 solutions
b. 3 solutions
c. 4 solutions
d. 5 solutions

3. **L'équation $f'(x) = 0$ admet**

a. 2 solutions
b. 3 solutions
c. 4 solutions
d. 5 solutions

4. L'équation $\boldsymbol{f(x) \times f'(x) = 0}$ admet

a. 2 ou 3 solutions
b. 4 ou 5 solutions
c. 6 ou 7 solutions
d. 8 ou 9 solutions

5. L'équation $\boldsymbol{\left(f(x)\right)^2 = 1}$ admet

a. 2 solutions
b. 3 solutions
c. 4 solutions
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

6. L'équation $\boldsymbol{f(x^2) = 1}$ admet

a. 2 solutions
b. 3 solutions
c. 4 solutions
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

7. $\boldsymbol{\int_{-4}^{4} f(x)dx}$ appartient à

a. $[2\,;3]$
b. $[3\,;4]$
c. $[4\,;5]$
d. $[5\,;6]$

8. $\boldsymbol{\int_{-4}^{4} |f(x)|dx - \int_{-4}^{4} f(x)dx}$ est égal à

a. un entier naturel
b. un décimal non entier
c. un rationnel non décimal
d. un irrationnel

PROBABILITES

A et B sont deux événements, d'événements contraires respectifs $\bar{A}$ et $\overline{B}$ tels que $P_{\bar{B}}(\bar{A}) = 0{,}2$ et $P(A) = P(\bar{B}) = 0{,}6$

9. $\boldsymbol{P(\overline{A} \cap B) =}$

a. 0,12
b. 0,28
c. 0,36
d. 0,48

10. $\boldsymbol{P_{\bar{B}}(A) =}$

a. 0,8
b. 0,88
c. 1
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

11. $\boldsymbol{P(A \cup B) =}$

a. $0{,}8$

b. $0{,}88$

c. 1

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

12. Les événements

a. A et B sont indépendants

b. $\bar{A}$ et B sont indépendants

c. $\bar{A}$ et $\bar{B}$ sont indépendants

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

FONCTIONS EXPONENTIELLE ET LOGARITHME NEPERIEN

Soient les fonctions f et g respectivement définies sur $\mathbb{R}$ et $\mathbb{R}^*$ par

$f(x) = e^{-x}(x-1) + 1$ et $g(x) = \frac{e^{-x}-1}{x}$

13. $\boldsymbol{\lim_{x \to +\infty} f(x) =}$

a. $-\infty$

b. $+\infty$

c. 0

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

14. $\boldsymbol{\lim_{x \to -\infty} f(x) =}$

a. $-\infty$

b. $+\infty$

c. 0

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

15. $\boldsymbol{\lim_{x \to +\infty} g(x) =}$

a. $-\infty$

b. $+\infty$

c. 0

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

16. $\boldsymbol{\lim_{x \to 0} g(x) =}$

a. 0

b. 1

c. $-\infty$ ou $+\infty$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

17. Sur $\mathbb{R}^*$, la fonction $\boldsymbol{g'}$ est définie par $\boldsymbol{g'(x)} =$

a. $\frac{e^{-x}(x-1)+1}{x^2}$

b. $\frac{e^{-x}(x+1)+1}{x^2}$

c. $\frac{e^{-x}(-x-1)+1}{x^2}$

d. $\frac{e^{-x}(-x+1)+1}{x^2}$

18. La primitive $\boldsymbol{F}$ de $\boldsymbol{f}$ sur $\mathbb{R}$ telle que $\boldsymbol{F(0) = 0}$ est définie par $\boldsymbol{F(x)} =$

a. $-e^{-x}\left(\frac{x^2}{2} - x\right) + x$

b. $e^{-x}\left(\frac{x^2}{2} - x\right) + x$

c. $x(1 - e^{-x})$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

19. $\boldsymbol{\int_2^4 g(x)dx}$ est

a. nulle

b. strictement négative

c. strictement positive

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

20. Sur $\mathbb{R}^+$, $\boldsymbol{f}$ est

a. constante

b. strictement décroissante

c. strictement croissante

d. non monotone

21. L'équation $\boldsymbol{\ln(f(x)) = 0}$ a même(s) solution(s) que l'équation

a. $\sqrt{x} = 1$

b. $x^2 = 1$

c. $e^x = 1$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

22. $\boldsymbol{f(\ln(1))}$ appartient à

a. $]-\infty\,;0[$

b. $[0\,;2[$

c. $[2\,;4[$

d. $[4\,;+\infty[$

FONCTIONS

Soient f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(x) = \frac{1}{1+x^4}$ et $f(0) = 0$ et g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = f(-x)$

23. Sur $\mathbb{R}$, f est

a. constante
b. strictement décroissante
c. strictement croissante
d. aucune réponse n'est exacte

24. $g'(x) =$

a. $-f'(-x)$
b. $f'(-x)$
c. $f'(x)$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

25. Le plus grand ensemble sur lequel $g(x) \geq 0$ est

a. $\mathbb{R}$
b. $\mathbb{R}^-$
c. $\mathbb{R}^+$
d. $\mathbb{R}^*$

26. Sur $\mathbb{R}$, g est

a. constante
b. strictement décroissante
c. strictement croissante
d. non monotone

27. $\int_{-1}^{1} f(x)dx$

a. est nulle
b. est strictement négative
c. est strictement positive
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

EQUATIONS ET INEQUATIONS

28. Sur $[-\pi\,;\pi]$, le nombre de solutions de l'équation $\cos(2x) + 1 = 0$ est égal à

a. 1
b. 2
c. 3
d. 4

29. Sur $[-\pi\,;\pi]$, l'inéquation $2\cos(x)+\sqrt{3}<0$ a pour solution(s)

a. $\left]\frac{5\pi}{6}\,;\frac{-5\pi}{6}\right[$

b. $\left]\frac{-5\pi}{6}\,;\frac{5\pi}{6}\right[$

c. $\left[-\pi\,;\frac{-5\pi}{6}\right[\cup\left]\frac{5\pi}{6}\,;\pi\right]$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

30. Sur $\mathbb{R}$, le nombre de solutions de l'équation $e^{\frac{1}{x}}=\frac{1}{e^x}$ est égal à

a. 0

b. 1

c. 2

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

31. Sur $\mathbb{R}$, une équation équivalente à l'équation $\ln(3x+10)=2\ln(-x)$ est

a. $\ln\left(\frac{3x+10}{-x}\right)=2$

b. $\ln(3x+10)=\ln\,(x^2)$

c. $\ln((-x)^2-3x-10)=0$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

GEOMETRIE PLANE ET NOMBRES COMPLEXES

Soient les points A, B, C du plan complexe, d'affixes respectives $a=-5-2i$, $b=-i$ et $c=-3-4i$

32. $\left|\frac{a-c}{b-c}\right|=$

a. $\sqrt{\frac{20}{17}}$

b. $\sqrt{\frac{8}{9}}$

c. $\frac{2}{3}$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

33. $\sin\left(\arg\left(\frac{b-c}{a-c}\right)\right)=$

a. 0

b. -1

c. 1

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

34. En unités d'aire, l'aire du triangle ABC est égale à

a. 2

b. 3

c. 6

d. 12

35. L'équation réduite de la droite passant par C et parallèle à (AB) est

a. $y = \frac{1}{5}x - \frac{17}{5}$

b. $y = \frac{1}{5}x + \frac{17}{5}$

c. $y = 5x + 11$

d. $y = 5x - 11$

36. L'équation réduite de la médiatrice du segment $[CB]$ est

a. $y = x - 1$

b. $y = -x + 1$

c. $y = x + 4$

d. $y = -x - 4$

37. La parabole d'équation $y = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$ passant par les points A, B et C est telle que

a. $\beta > 0$ et $\gamma > 0$

b. $\beta > 0$ et $\gamma < 0$

c. $\beta < 0$ et $\gamma > 0$

d. $\beta < 0$ et $\gamma < 0$

ALGORITHMIQUE

On considère l'algorithme suivant:

Saisir un entier N ≤ 4
Saisir un entier P ≥ 6
Tant que N+1 ≤ P
  Affecter à N la valeur N+1,5
  Affecter à P la valeur P-N
Fin de Tant que
Si N est un entier alors afficher N
Sinon afficher P
Fin de Si

38. Pour $N = 4$ et $P = 6$, le nombre affiché est

a. 0,5

b. 2

c. 5,5

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

39. Pour $N = 1$ et $P = 9$, le nombre affiché est

a. 3

b. 3,5

c. 4

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

CONCOURS AVENIR – 8 MAI 2015

GEOMETRIE DANS L'ESPACE

Dans le repère orthonormé $\left(O;\ \vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k}\right)$ de l'espace, on considère les points $A(1\,;3\,;2)$, $B(-1\,;3\,;3)$, $C(0\,;3\,;-2)$, $D(2\,;-2\,;\ 0)$ et $E(8\,;\ -2\,;-3)$.

40. Le plan (ABC) est parallèle

a. au plan $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$

b. au plan $\left(O;\vec{\imath},\vec{k}\right)$

c. au plan $\left(O;\vec{\jmath},\vec{k}\right)$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

41. Une équation paramétrique de la droite (BD) est

a. $\begin{cases} x=-6t+5 \\ y=10t-7 \text{ où } t\in\mathbb{R} \\ z=6t-3 \end{cases}$

b. $\begin{cases} x=-t+2 \\ y=3t-2 \text{ où } t\in\mathbb{R} \\ z=3t \end{cases}$

c. $\begin{cases} x=3t+1 \\ y=-5t-3 \text{ où } t\in\mathbb{R} \\ z=-3t-3 \end{cases}$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

42. Une équation cartésienne du plan passant par D et perpendiculaire à (AB) est

a. $-2x+z=-6$

b. $6x-3z=18$

c. $6y+5z=12$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

43. Le nombre de plans parallèles à (AB) passant par les points D et E est

a. 0

b. 1

c. 2

d. infini

44. Une équation cartésienne du plan passant par les points A et C et parallèle à (BD) est

a. $x-y+z=0$

b. $4x+2y-z=8$

c. $2x+3y-3z=5$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

45. Le triangle BCD est

a. rectangle non isocèle

b. rectangle isocèle

c. isocèle non rectangle

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

LOI BINOMIALE

X est une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres $(n\,;p)$ tels que $E(X) = 2{,}7$ et $Var(X) = 1{,}89$.

46. Le couple $(\boldsymbol{n}\,;\boldsymbol{p})$ est

a. $(27\,;0{,}1)$
b. $(9\,;0{,}3)$
c. $(3\,;0{,}9)$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

47. $\boldsymbol{P(X = 10)}$

a. est nulle
b. strictement négative
c. strictement positive
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

Sachant que $P(X \leq 2) = a$ et $P(X \geq 6) = b$

48. $\boldsymbol{P(3 \leq X \leq 5) =}$

a. $b - a$
b. $b + a$
c. $1 - a - b$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

49. $\boldsymbol{P(X^2 \geq 6) =}$

a. $\sqrt{b}$
b. $1 - a$
c. $1 + a$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

SUITES D'INTEGRALES

Soient (A_n) et (B_n) les suites définies pour $n \geq 1$ par $A_n = \int_1^e \frac{(\ln(x))^n}{x}\,dx$ et $B_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 \ln(x)\,dx$

50. $(\boldsymbol{B_n})$ est

a. constante
b. strictement décroissante
c. strictement croissante
d. non monotone

51. Pour tout $\boldsymbol{n \geq 2}$ $\boldsymbol{B_n}$ est

a. strictement négatif
b. strictement positif
c. nul
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

52. $\boldsymbol{A_1} =$

a. $\frac{1}{4}$

b. $\frac{1}{3}$

c. $\frac{1}{2}$

d. 1

53. $\boldsymbol{A_2} =$

a. $\frac{1}{4}$

b. $\frac{1}{3}$

c. $\frac{1}{2}$

d. 1

54. $\boldsymbol{(A_n)}$ **est**

a. constante
b. strictement décroissante
c. strictement croissante
d. non monotone

55. $\boldsymbol{(A_n)}$

a. converge
b. diverge vers $-\infty$
c. diverge vers $+\infty$
d. diverge sans limite

LOIS NORMALES

X est une variable aléatoire qui suit la loi normale $\mathcal{N}(\mu\,;\sigma^2)$ où $\mu = -7$ et $\sigma = 2$

56. $\boldsymbol{P(X = -7)}$ **=**

a. 0
b. $0{,}25$
c. $0{,}5$
d. 1

57. Le réel $\boldsymbol{a}$ **tel que** $\boldsymbol{P(X \leq a) = 0{,}8}$ **vérifie**

a. $a = -7$
b. $a < -7$
c. $a > -7$
d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

58. $\boldsymbol{P\left(\frac{X+2}{-7} \geq 0\right)}$

a. est égale à $0{,}5$

b. est strictement inférieure à $0{,}5$

c. est strictement supérieure à $0{,}5$

d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

INTERVALLES DE FLUCTUATION ET INTERVALLES DE CONFIANCE

Soient I, J et K des intervalles de fluctuation au seuil de confiance respectivement de 90%, 95% et 99%

59. On a alors

a. $I \subset J \subset K$

b. $J \subset K \subset I$

c. $K \subset I \subset J$

d. $K \subset J \subset I$

60. Sachant qu'un intervalle de confiance à 95% a une amplitude pour $\boldsymbol{n = 100}$ égale à $\boldsymbol{A}$, son amplitude pour $\boldsymbol{n = 10\ 000}$ est alors égale à

a. $100\,A$

b. $10\,A$

c. $\frac{A}{10}$

d. $\frac{A}{100}$

<u>FIN DE L'EPREUVE</u>