

NOM : .....

PRENOM : .....

NUMERO DE CANDIDAT : .....



## EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**DUREE : 1h30mn**

**Coefficient 5**

### **CONSIGNES SPECIFIQUES**

***Lire attentivement les consignes afin de vous placer dans les meilleures conditions de réussite de cette épreuve :***

Cette épreuve comporte volontairement plus d'exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps imparti.  
La raison en est que votre enseignant n'a pas forcément traité l'ensemble du programme de Terminale S.

**Vous devez répondre à 45 questions au choix parmi les 60 proposées pour obtenir la note maximale.**

Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières seront prises en compte.

Aucun brouillon n'est distribué. Les pages blanches de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon.

L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique est interdit.

Aucun document autre que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.

Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui aboutit à un classement.

Si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e). Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !

### **Barème :**

Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque réponse exacte est gratifiée de 3 points**, tandis que **chaque réponse fautive est pénalisée par le retrait d'1 point**.

**SIMPLIFICATIONS D'ECRITURES**

1.  $\frac{1}{2} \ln(27) - 2 \ln(3) + \ln(\sqrt{3})$  est :
  - a. nul
  - b. strictement négatif
  - c. strictement positif
  - d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte
  
2.  $\frac{-2e^2 \times 3e^4}{(2e^2)^2 - 3e^4}$  est égal à :
  - a.  $\frac{1}{2e^2}$
  - b.  $-6e^2$
  - c.  $-5e^2$
  - d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte
  
3.  $(\ln(3))^2 - 2\ln(3)$  est :
  - a. nul
  - b. strictement négatif
  - c. strictement positif
  - d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte
  
4.  $\frac{\cos^2(\frac{\pi}{6}) + \sin^2(\frac{\pi}{6})}{\cos^2(\frac{\pi}{3}) + \sin^2(\frac{\pi}{3})}$  est égal à :
  - a.  $\frac{1}{2}$
  - b. 1
  - c. 2
  - d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**CONTINUITÉ ET DERIVABILITÉ**

Soit  $f$  une fonction définie sur  $\mathbb{R}$

5.  $f$  est continue en -1 signifie que :
  - a.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  est un réel
  - b.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x - 1)$  est un réel
  - c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-1+x) - f(-1)}{x}$  est un réel
  - d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte
  
6.  $f$  est dérivable en -1 signifie que :
  - a.  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  est un réel
  - b.  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x - 1)$  est un réel
  - c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(-1+x) - f(-1)}{x}$  est un réel
  - d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

Soit  $g$  une fonction définie sur  $[-1;2]$  telle que  $g(-1) = 2$ ;  $g(0) = 1$ ;  $g(1) = 0$  et  $g(2) = -1$

7. On est certain que sur  $[-1;2]$  :

- a.  $g$  est strictement décroissante
- b.  $g$  est strictement croissante
- c.  $g$  n'est pas strictement décroissante
- d.  $g$  n'est pas strictement croissante

8. On est certain que sur  $[-1;2]$ , l'équation  $g(x) = 0,5$  :

- a. n'admet pas de solution
- b. admet une unique solution
- c. admet au moins une solution
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

### EQUATIONS ET INEQUATIONS

9.  $\frac{1}{x} \leq 0,2$  a pour solution :

- a.  $]0; 5]$
- b.  $[5; +\infty[$
- c.  $] - \infty; 5]$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

10. Le nombre de solutions de l'équation :  $\ln(x^2) = (\ln(x))^2$  est :

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

11. Le nombre de solutions de l'équation :  $(\ln(x))^2 = -(\ln(x))^2$  est :

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

12. Le nombre de solutions de l'inéquation :  $e^{-x^2} \geq 1$  est :

- a. infini
- b. 0
- c. 1
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

13. Le nombre de complexes distincts solutions de l'équation :  $2z^2 - 5z + 3 = 0$  est égal à :

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**IMPLICATIONS ET EQUIVALENCES**

Dans les quatre items suivants,  $P_1$  et  $P_2$  sont deux propositions et  $a$  et  $b$  deux réels. De manière générale :

**14. Si  $P_1 : "a^3 = b^3 "$  et  $P_2 : "a = b "$  alors :**

- a. seule  $P_1$  implique  $P_2$
- b. seule  $P_2$  implique  $P_1$
- c.  $P_1$  et  $P_2$  sont équivalentes
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**15. Si  $P_1 : " \ln(a) = \ln(b) "$  et  $P_2 : " e^a = e^b "$  alors :**

- a. seule  $P_1$  implique  $P_2$
- b. seule  $P_2$  implique  $P_1$
- c.  $P_1$  et  $P_2$  sont équivalentes
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**16. Si  $P_1 : " a^2 = b "$  et  $P_2 : " a = \sqrt{b} "$  alors :**

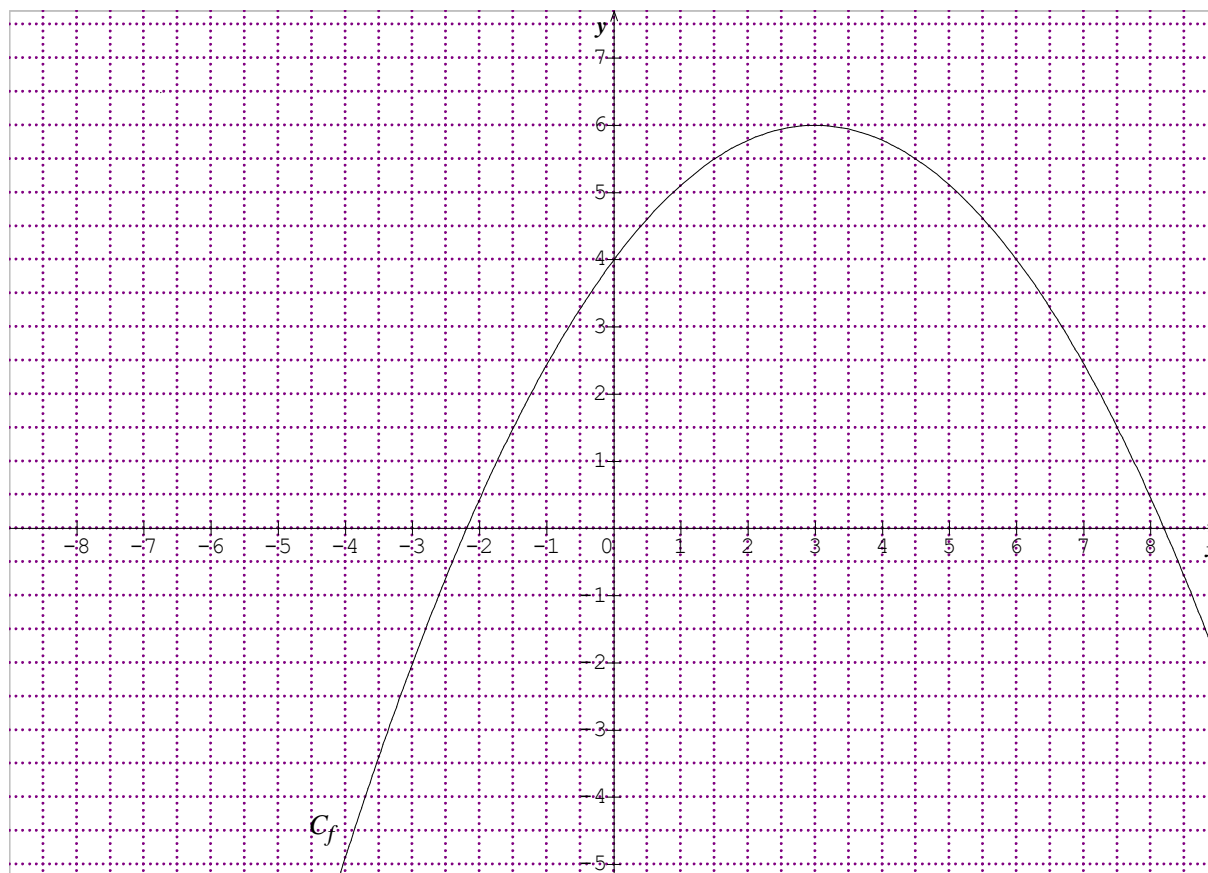
- a. seule  $P_1$  implique  $P_2$
- b. seule  $P_2$  implique  $P_1$
- c.  $P_1$  et  $P_2$  sont équivalentes
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**17. Si  $P_1 : " AB^2 = AC^2 + BC^2 "$  et  $P_2 : "ABC \text{ est un triangle rectangle} "$  alors :**

- a. seule  $P_1$  implique  $P_2$
- b. seule  $P_2$  implique  $P_1$
- c.  $P_1$  et  $P_2$  sont équivalentes
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**INTERPRETATION GRAPHIQUE**

Ci-dessous la parabole représentant la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$



Soient les suites  $(U_n)$  et  $(V_n)$  définies, pour tout entier naturel  $n$ , respectivement par:

$$U_n = f(n) \quad \text{et} \quad \begin{cases} V_0 = a \\ V_{n+1} = f(V_n) \end{cases} \quad \text{où } a \text{ est un réel}$$

**18. La tangente à la parabole au point d'abscisse 3 a pour équation :**

- a.  $x = 6$
- b.  $y = 6$
- c.  $y = 6x - 18$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**19. Sur  $\mathbb{R}$ , la dérivée de  $f$  est définie par  $f'(x) =$**

- a.  $\frac{-4}{9}x - \frac{4}{3}$
- b.  $\frac{-4}{9}x + \frac{4}{3}$
- c.  $\frac{4}{9}x - \frac{4}{3}$
- d.  $\frac{4}{9}x + \frac{4}{3}$

20.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x) =$

- a.  $-\infty$
- b.  $+\infty$
- c. 0
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

21.  $\int_{-1}^{-4} f(x) dx :$

- a. est nulle
- b. strictement négative
- c. strictement positive
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

22. La suite  $(U_n)$  est :

- a. minorée non majorée
- b. majorée non minorée
- c. bornée
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

23. Pour  $a = 1$ ,  $V_2$  appartient à :

- a.  $[0; 2]$
- b.  $[2; 4]$
- c.  $[4; 6]$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

24. Pour  $a = -1$ , la suite  $(V_n)$  est :

- a. constante
- b. strictement décroissante
- c. strictement croissante
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

25. Pour  $a = -4$ ,  $(V_n)$  :

- a. est convergente
- b. diverge vers  $-\infty$
- c. diverge vers  $+\infty$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

### LA TRIGONOMETRIE

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x \cdot \cos\left(\frac{x}{3}\right)$

26.  $f$  est :

- a. paire
- b. impaire
- c. paire et impaire
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

27.  $f$  est :

- a. périodique de période  $2\pi$
- b. périodique de période  $6\pi$
- c. périodique de période  $2\pi/3$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

28. Le nombre de solutions sur  $[-2\pi; 2\pi]$  de l'équation  $f(x) = 0$  est :

- a. 0.
- b. 1.
- c. 2
- d. 3

29. Sur  $\mathbb{R}$ , la fonction dérivée  $f'$  est définie par  $f'(x) =$

- a.  $-x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- b.  $\cos\left(\frac{x}{3}\right) + x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- c.  $\cos\left(\frac{x}{3}\right) - x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

30. Sur  $\mathbb{R}$ , la primitive  $F$  de  $f$  telle que  $F(0) = 0$  est définie par  $F(x) =$

- a.  $\frac{x^2}{2} \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- b.  $\frac{3x^2}{2} \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- c.  $9 \cos\left(\frac{x}{3}\right) + 3x \cdot \sin\left(\frac{x}{3}\right)$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

31.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$

- a. 0.
- b.  $-\infty$
- c.  $+\infty$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

32.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) =$

- a. 0
- b.  $-\infty$
- c.  $+\infty$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

33.  $\int_{-\pi}^{\pi} f(x) dx$  est :

- a. nulle
- b. strictement négative
- c. strictement positive
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**ALGORITHMIQUE**

On considère l'algorithme suivant :

Saisir un entier  $N \geq 1$

Affecter à  $S$  la valeur 0

Affecter à  $I$  la valeur 0

Tant que  $S < N$

Affecter à  $S$  la valeur  $S+I^2$

Affecter à  $I$  la valeur  $I+1$

Fin de tant que

Afficher  $S$

Afficher  $I$

**34. La valeur de  $S$  affichée pour  $N=30$  est :**

- a. 14
- b. 30
- c. 55
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**35. La valeur de  $I$  affichée pour  $N=30$  est :**

- a. 4
- b. 5
- c. 6
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**36. La plus petite valeur de  $N$  tel que  $I=3$  est :**

- a. 1
- b. 2
- c. 3
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**37. La plus grande valeur de  $N$  tel que  $I=3$  est :**

- a. 1
- b. 3
- c. 5
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**LES COMPLEXES**

**38. L'écriture exponentielle de  $\sqrt{3} - i$  est :**

- a.  $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{6}}$
- b.  $\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$
- c.  $2e^{-i\frac{\pi}{6}}$
- d.  $2e^{-i\frac{\pi}{3}}$



39.  $(\sqrt{3} - i)^9$  est :

- a. un réel strictement négatif
- b. un réel strictement positif
- c. un imaginaire pur
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

Dans un repère orthonormé direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  du plan complexe, on considère l'application  $f$  qui à tout point  $M$  d'affixe  $z$  où  $z \neq -2$  associe le point  $M'$  d'affixe  $z' = \frac{z-1}{z+2}$

40. Si  $z = -i$  alors  $z' =$

- a.  $\frac{-1}{5} - \frac{3}{5}i$
- b.  $\frac{-1}{5} + \frac{3}{5}i$
- c.  $\frac{-1}{2} + i$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

41. Si  $z' = -i$  alors  $z =$

- a.  $\frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i$
- b.  $\frac{-1}{2} - \frac{3}{2}i$
- c.  $\frac{-3}{2} + \frac{1}{2}i$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

42. L'ensemble des points  $M$  tels que  $OM=1$  est :

- a. une droite privée d'un point
- b. un cercle privé d'un point
- c. une droite
- d. un cercle

43. L'ensemble des points  $M$  tels que  $z' = -\bar{z}'$  est :

- a. une droite privée d'un point
- b. un cercle privé d'un point
- c. une droite
- d. un cercle

#### LA GEOMETRIE ANALYTIQUE DANS L'ESPACE

Dans le repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  de l'espace, on considère les points  $A(0; -5; 0)$ ,  $B(1; 0; 1)$ ,  $C(-1; -7; 0)$  et  $D(a; 0; -1)$  où  $a$  est un réel

44. Une équation du plan  $(ABC)$  est :

- a.  $3x + y + 2z + 5 = 0$
- b.  $x + y - 6z + 5 = 0$
- c.  $-2x + y - 3z + 5 = 0$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

45. Le triangle  $ABD$  est rectangle en  $B$  lorsque  $a =$

- a. 1
- b. 3
- c. 4
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

46. Les droites  $(AD)$  et  $(BC)$  sont parallèles lorsque  $a =$

- a.  $\frac{-10}{7}$
- b.  $\frac{10}{7}$
- c. 4
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

47. Le nombre de valeurs de  $a$  tel que  $AD = BC$  est :

- a. 0
- b. 1
- c. 2
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

48.  $x^2 - 4x + y^2 + 3y = 4$  est une équation :

- a. de cercle
- b. de sphère
- c. de plan
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

49. Une équation de la sphère de centre  $C$  et de rayon  $OA$  est :

- a.  $x^2 + 2x + y^2 + 14y + z^2 = -25$
- b.  $x^2 + 2x + y^2 + 14y + z^2 = 25$
- c.  $x^2 - 2x + y^2 - 14y + z^2 = -25$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

### LES PROBABILITES

Soient  $A$  et  $B$  deux événements non impossibles, non certains et indépendants l'un de l'autre. De manière générale :

50.  $P(A \cup B) =$

- a.  $P(A) + P(B)$
- b.  $P(A) \times P(B)$
- c.  $P(A) \times P(\bar{B}) + P(B)$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

51.  $P_B(\bar{A}) =$

- a.  $P_{\bar{B}}(A)$
- b.  $1 - P(A)$
- c.  $P(\bar{A} \cap B)$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

Soit  $X$  une variable aléatoire qui suit la loi binomiale de paramètres  $(8; 0,3)$ ;  $Y$  une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur  $[-2;1]$  et  $Z$  une variable aléatoire qui suit la loi normale centrée réduite

52.  $P(X = 1) - P(X = 7)$  est :

- a. nul
- b. strictement négatif
- c. strictement positif
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

53.  $E(X) =$

- a. 7,7
- b. 8,3
- c. 2,4
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

54.  $P(-1 \leq Y \leq 2) =$

- a. 1
- b.  $\frac{2}{3}$
- c. -1
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

55.  $E(Y) =$

- a.  $-\frac{1}{3}$
- b. 1
- c.  $\frac{1}{3}$
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

56.  $P(Z < -2) - P(Z \geq 2) :$

- a. est nul
- b. est strictement négatif
- c. est strictement positif
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

57.  $E(Z) :$

- a. est nulle
- b. est strictement négative
- c. est strictement positive
- d. aucune des trois propositions proposées ci-dessus n'est correcte

**LES STATISTIQUES**

Mesdames **Ave** et **Nir** se présentent à une élection nationale. Un sondage effectué sur un échantillon de  $n$  personnes (où  $n \geq 50$ ) donne 52% des suffrages à **Ave** et 48% à **Nir**. Soit  $p$  la proportion des votants pour madame **Ave**

**58. Pour  $n = 400$ , un intervalle de confiance de , au niveau 95% est :**

- a. [0,51; 0,53]
- b. [0,49; 0,55]
- c. [0,47; 0,57]
- d. [0,45; 0,59]

**59. Le nombre minimal de personnes interrogées permettant d'affirmer, au niveau 95% que madame Ave va être élue est :**

- a. 1500
- b. 2000
- c. 2500
- d. 3000

**60. Pour obtenir une amplitude 2 fois plus petite de l'intervalle de confiance de  $p$ , il suffirait de multiplier le nombre initial de votants par :**

- a.  $\frac{1}{4}$
- b.  $\frac{1}{2}$
- c. 2
- d. 4

**FIN DE L'ÉPREUVE**