

NOM : .....

PRENOM : .....

NUMERO DE CANDIDAT : .....



## EPREUVE DE MATHEMATIQUES

**DUREE : 1h30mn**

**Coefficient 5**

### **CONSIGNES SPECIFIQUES**

**Lisez soigneusement les consignes ci-dessous afin de réussir au mieux cette épreuve :**

- Cette épreuve comporte volontairement plus d'exercices que vous ne pouvez en traiter dans le temps qui vous est imparti. La raison en est que votre professeur n'a pas encore forcément traité l'ensemble du programme de Terminale S.
- **Vous devez répondre à 45 questions parmi les 60 proposées (au choix) pour obtenir la note maximale.** Si vous traitez plus de 45 questions, seules les 45 premières seront prises en compte.
- Toutes les pages blanches situées au verso de ce sujet peuvent être utilisées à l'usage de brouillon si vous le souhaitez. Aucun brouillon ne vous sera distribué.
- L'usage de la calculatrice ou de tout autre appareil électronique est interdit.
- Aucun autre document que ce sujet et sa grille réponse n'est autorisé.
  
- Attention, il ne s'agit pas d'un examen mais bien d'un concours qui induit un classement. Même si vous trouvez ce sujet « difficile », ne vous arrêtez pas en cours de composition, n'abandonnez pas, restez concentré(e) et faites de votre mieux. Les autres candidats rencontrent probablement les mêmes difficultés que vous !

**Barème :**

Afin d'éliminer les stratégies de réponses au hasard, **chaque bonne réponse est gratifiée de 3 points**, tandis que les **mauvaises réponses sont pénalisées par le retrait d'1 point.**

**LES LIMITES**

1.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^2 + x + 4 \cos(x) =$

- A)  $-\infty$
- B) 0
- C) n'existe pas
- D) aucune des 3 réponses précédentes

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} -2x^2 + x + 4 \cos(x) =$

- A)  $-\infty$
- B) 0
- C) n'existe pas
- D) aucune des 3 réponses précédentes

3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sin(-x)} =$

- A) -1
- B) 1
- C) n'existe pas
- D) aucune des 3 réponses précédentes

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(-x)} =$

- A) -1
- B) 1
- C) n'existe pas
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**LES COMPLEXES**

Soit  $z_1 = 3e^{i\frac{\pi}{4}z_2}$ , où  $z_2$  est un réel strictement négatif

5.  $|z_1| =$

- A)  $3z_2$
- B)  $-3z_2$
- C)  $3iz_2$
- D)  $-3iz_2$

6.  $\arg(z_1) =$

- A)  $\frac{\pi}{4}$
- B)  $-\frac{\pi}{4}$
- C)  $\frac{3\pi}{4}$
- D)  $-\frac{3\pi}{4}$

7.  $\overline{z_1} =$

- A)  $3e^{i\frac{\pi}{4}} z_2$
- B)  $-3e^{i\frac{\pi}{4}} z_2$
- C)  $3e^{-i\frac{\pi}{4}} z_2$
- D)  $-3e^{-i\frac{\pi}{4}} z_2$

8.  $z_1^{10}$  est un

- A) réel strictement positif
- B) réel strictement négatif
- C) imaginaire pur de partie imaginaire strictement positive
- D) imaginaire pur de partie imaginaire strictement négative

### **TRANSFORMATIONS PLANES ET COMPLEXES**

Soient  $f$  et  $g$  les transformations complexes qui à tout point  $M$  d'affixe  $z$  du plan associent respectivement les points d'affixes  $f(z) = -iz + 1 - i$  et  $g(z) = -\bar{z}$

9.  $f$  est

- A) une translation
- B) une rotation
- C) une homothétie
- D) une réflexion

10.  $g$  est

- A) une translation
- B) une rotation
- C) une homothétie
- D) une réflexion

11. l'affixe du point fixe de  $f$  est

- A)  $-1$
- B)  $1$
- C)  $-i$
- D)  $i$

12. l'écriture complexe associée à  $gof$  est

- A)  $-i\bar{z} - 1 - i$
- B)  $-i\bar{z} - 1 + i$
- C)  $i\bar{z} - 1 - i$
- D)  $i\bar{z} - 1 + i$

**LOGIQUE**

**13. Pour prouver que  $I$  est le milieu de  $[AB]$ , il suffit de prouver que**

- A) pour tout point  $M$  :  $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = 2\overrightarrow{MI}$
- B)  $AI = BI$
- C)  $\overrightarrow{AI} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{AB}$
- D)  $\overrightarrow{AI}$  et  $\overrightarrow{AB}$  sont colinéaires

**14. Pour que quatre points distincts  $A, B, C$  et  $D$  soient coplanaires, il est nécessaire**

- A) que trois de ces points soient alignés
- B) que les droites  $(AB)$  et  $(CD)$  soient parallèles ou sécantes
- C) de trouver un réel  $\alpha$  tel que  $\overrightarrow{AD} = \alpha (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**15. Si  $a$  et  $b$  sont irrationnels, alors forcément**

- A)  $a + b$  est irrationnel
- B)  $ab$  est irrationnel
- C)  $a^2$  est rationnel
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**16. Si  $f$  est définie en  $a$ , alors nécessairement**

- A)  $f$  est continue en  $a$
- B)  $\ln(f)$  est définie en  $a$
- C)  $\frac{1}{f}$  est définie en  $a$
- D)  $\frac{1}{e^f}$  est définie en  $a$

**EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS  $\mathbb{R}$**

**17.  $x^4 - x^2 - 6 = 6$  admet dans  $\mathbb{R}$**

- A) 0 solution
- B) 1 ou 3 solutions
- C) 2 solutions
- D) 4 solutions

**18.  $|x^2 - x - 6| = 6$  admet dans  $\mathbb{R}$**

- A) 0 solution
- B) 1 ou 3 solutions
- C) 2 solutions
- D) 4 solutions

**19.  $(\ln(x))^2 - \ln(x) - 6 = 6$  admet dans  $\mathbb{R}$**

- A) 0 solution
- B) 1 ou 3 solutions
- C) 2 solutions
- D) 4 solutions

**20.  $\ln(x^2) - \ln(x) - 6 = 6$  admet dans  $\mathbb{R}$**

- A) 0 solution
- B) 1 ou 3 solutions
- C) 2 solutions
- D) 4 solutions

**21.  $x^2e^{-x} = -1$  admet dans  $\mathbb{R}$**

- A) 0 solution
- B) 1 solution
- C) 2 solutions
- D) 3 ou 4 solutions

**22.  $x^2e^{-x} = 2e^{-2}$  admet dans  $\mathbb{R}$**

- A) 0 solution
- B) 1 solution
- C) 2 solutions
- D) 3 ou 4 solutions

**23.  $e^{\frac{1}{x}} > -e^{-\frac{1}{3}}$  a pour solution dans  $\mathbb{R}$**

- A)  $]0 ; 3[$
- B)  $] -\infty ; -3[ \cup ] 0 ; +\infty [$
- C)  $\mathbb{R}$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**24.  $e^{\frac{1}{x}} > e^{\frac{1}{3}}$  a pour solution dans  $\mathbb{R}$**

- A)  $]0 ; 3[$
- B)  $] -\infty ; -3[ \cup ] 0 ; +\infty [$
- C)  $\mathbb{R}$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**EQUATIONS DANS  $\mathbb{C}$**

**25. La somme des solutions complexes de l'équation  $z^4 - z^2 - 12 = 0$  est égale à**

- A) 0
- B) 1
- C) -12
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**26. Le produit des solutions complexes de l'équation  $z^4 - z^2 - 12 = 0$  est égale à**

- A) 0
- B) 1
- C) -12
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**DERIVEES ET PRIMITIVES**

**27. Sur  $\mathbb{R}^*$  la dérivée de  $f: x \mapsto \frac{e^x}{x}$  est définie par  $f'(x) =$**

- A)  $\frac{-1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$
- B)  $\frac{x+1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}$
- C)  $-\frac{x+1}{x^3}e^{\frac{1}{x}}$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**28. Sur  $] -\infty; 0[$  une primitive  $F$  de  $x \mapsto \ln(-x)$  est définie par  $F(x) =$**

- A)  $x \ln(-x) - x$
- B)  $x \ln(-x) + x$
- C)  $-x \ln(-x) - x$
- D)  $-x \ln(-x) + x$

**29. Sur  $[-\pi; -\frac{\pi}{2}[$  la primitive  $F$  de  $x \mapsto \tan(x)$  telle que  $F(-\pi)=0$  est définie par  $F(x) =$**

- A)  $\ln(\cos(x))$
- B)  $\ln(-\cos(x))$
- C)  $-\ln(\cos(x))$
- D)  $-\ln(-\cos(x))$

**30. Sachant que sur  $\mathbb{R}$  :  $f''(x) = -f(x)$  alors  $f(x)$  ne peut pas être égale à**

- A) 0
- B)  $e^{-x}$
- C)  $\cos(x)$
- D)  $\sin(x)$

**INTEGRALES**

**31.**  $\int_1^{-1} x e^{-x^2} dx =$

- A)  $\frac{-2}{e}$
- B)  $(\frac{e-1}{e})$
- C)  $-(\frac{e-1}{e})$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**32.**  $\int_{-1}^1 x^2 e^{-x} dx =$

- A) 0
- B)  $e^{-1} - e$
- C)  $\frac{e - e^{-1}}{3}$
- D)  $e - 5e^{-1}$

**EQUATIONS DIFFERENTIELLES**

Soient (E) :  $y' - 2y = 2x + 5$

et (F) :  $y'' - 2y' = 2$

**33. Une solution de (E) est définie par  $f(x) =$**

- A)  $e^{2x} - \frac{2x+5}{2}$
- B)  $e^{2x} + \frac{2x+5}{2}$
- C)  $-x - 3$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**34. Une solution de (F) est définie par  $g(x) =$**

- A)  $-e^{2x} - 1$
- B)  $-e^{2x} - x$
- C) 1
- D)  $x$

**35.  $y: x \mapsto y(x) = -5e^{2x} - x - 3$**

- A) est solution de (E) et de (F)
- B) est solution de (E) mais pas de (F)
- C) est solution de (F) mais pas de (E)
- D) n'est solution ni de (E) ni de (F)

**36.**  $y: x \mapsto y(x) = 3e^{2x} - x + 3$

- A) est solution de (E) et de (F)
- B) est solution de (E) mais pas de (F)
- C) est solution de (F) mais pas de (E)
- D) n'est solution ni de (E) ni de (F)

**GEOMETRIE ANALYTIQUE DANS L'ESPACE**

Dans un repère orthonormal, on considère le plan  $P$  d'équation  $2x - 3y + z = -4$  et le point  $A$  de coordonnées  $(2 ; -1 ; 3)$

**37. Une équation cartésienne du plan passant par  $A$  et parallèle à  $P$  est**

- A)  $2x - 3y + z = 4$
- B)  $-2x + 3y - z = 10$
- C)  $x - y - z = 0$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**38. Une équation cartésienne d'un plan passant par  $A$  et perpendiculaire à  $P$  est**

- A)  $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}y + z = \frac{13}{3}$
- B)  $y + 3z = 8$
- C)  $-x + 2z = -4$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**39. La distance du point  $A$  au plan  $P$  est égale à**

- A) 14
- B)  $\sqrt{7}$
- C)  $\sqrt{14}$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**40. L'intersection du plan  $P$  avec la sphère de centre  $A$  et de rayon 3 est**

- A) vide
- B) un point
- C) un cercle
- D) aucune des 3 réponses précédentes



**ESPACE ET VECTEURS**

Soient  $A$  et  $B$  deux points distincts de l'espace. L'ensemble des points  $M$  tels que

**41.**  $\|3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB}\| = \|5\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\|$

- A) est une droite ou un cercle
- B) est une sphère
- C) est un plan
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**42.**  $\|3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB}\| = \|5\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MA}\|$

- A) est une droite ou un cercle
- B) est une sphère
- C) est un plan
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**43.**  $\|3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB}\| = \|2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}\|$

- A) est une droite ou un cercle
- B) est une sphère
- C) est un plan
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**44.**  $(3\overrightarrow{MA} - 5\overrightarrow{MB}) \cdot (2\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB}) = 0$

- A) est une droite ou un cercle
- B) est une sphère
- C) est un plan
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**SUITES ARITHMETIQUES ET GEOMETRIQUES**

$(U_n)$  étant une suite telle que  $U_3 = -5$  et  $U_6 = 40$

Si  $(U_n)$  est arithmétique alors

**45.**  $U_3 + U_4 + \dots + U_7 =$

- A) 100
- B) 200
- C) 70
- D) aucune des 3 réponses précédentes.

46.  $e^{U_3} e^{U_4} \dots e^{U_7} =$

- A)  $e^{100}$
- B)  $e^{200}$
- C)  $e^{70}$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

Si  $(U_n)$  est géométrique alors

47.  $U_3 + U_4 + \dots + U_7 =$

- A)  $\frac{-165}{3}$
- B) 165
- C) 155
- D) aucune des 3 réponses précédentes

48.  $\ln|U_3| + \ln|U_4| + \dots + \ln|U_7| =$

- A)  $\ln\left(\frac{165}{3}\right)$
- B)  $\ln(165)$
- C)  $\ln(155)$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

### **DENOMBREMENT**

Dans une trousse se trouvent un stylo bleu, deux blancs, quatre rouges indiscernables au toucher les uns des autres, on tire au hasard et simultanément trois de ces stylos.

49. Le nombre de tirages unicolores est égal à

- A) 1
- B) 2
- C) 4
- D) aucune des 3 réponses précédentes

50. Le nombre de tirages tricolores est égal à

- A) 7
- B) 8
- C) 9
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**51. Le nombre de tirages bicolores est égal à**

- A) 23
- B) 24
- C) 25
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**52. Le nombre de tirages comportant plus de rouges que de blancs est égal à**

- A) 35
- B) 22
- C) 19
- D) aucune des 3 réponses précédentes

**VARIABLES ALEATOIRES**

On tire 2 lettres successivement et avec remise d'un sac contenant les lettres M ;A ;T et H et on considère X la variable aléatoire associée au nombre de voyelles tirées.

Par ailleurs Y est une variable aléatoire indépendante de X prenant pour valeurs -2 ;1 et 3 avec des probabilités proportionnelles aux carrés de leurs valeurs

**53.  $P(X=0)=$**

- A)  $\frac{7}{16}$
- B)  $\frac{8}{16}$
- C)  $\frac{9}{16}$
- D)  $\frac{10}{16}$

**54.  $P(Y=3)=$**

- A)  $\frac{1}{14}$
- B)  $\frac{4}{14}$
- C)  $\frac{9}{14}$
- D)  $\frac{15}{14}$

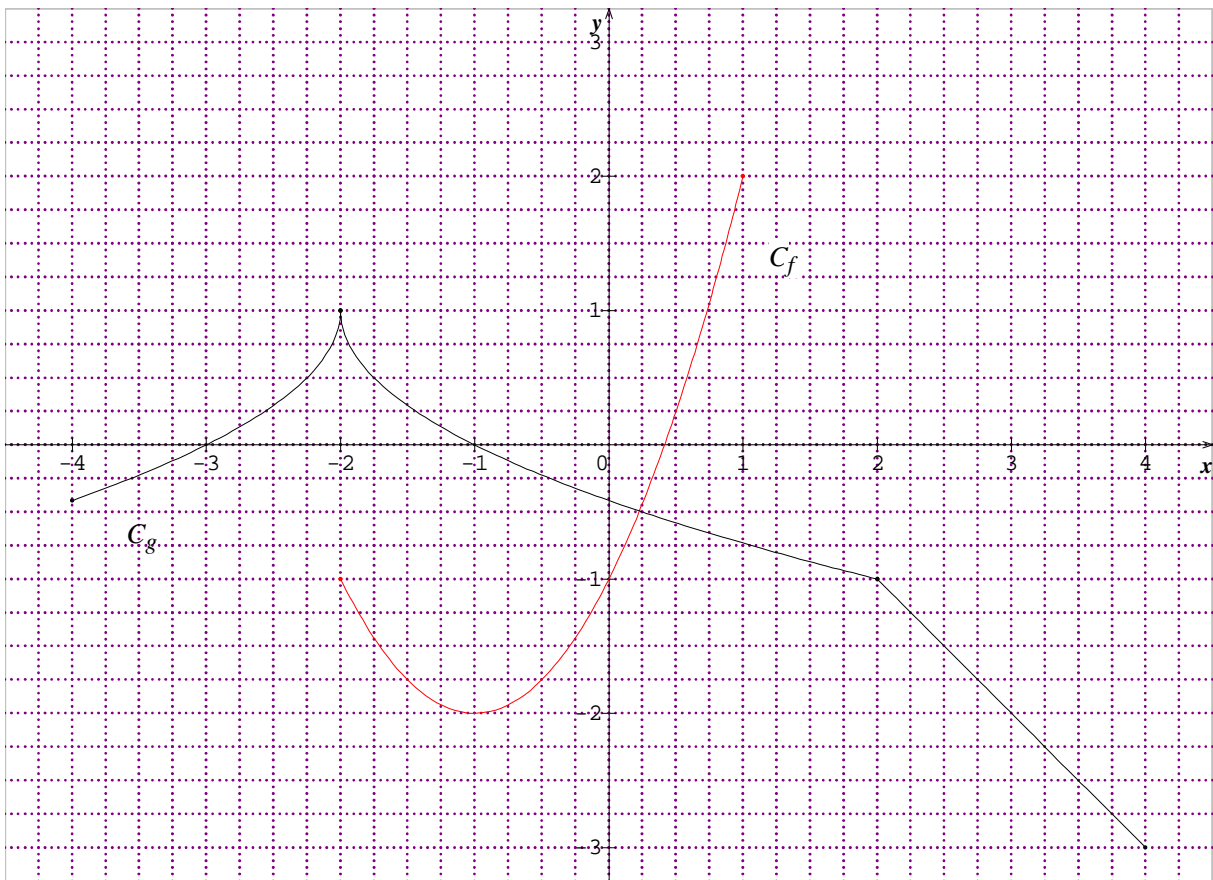
**55.  $E(X)=$**

- A) 0
- B) 0,5
- C) 1
- D) 1,5

56.  $P(X=Y)=$

- A)  $\frac{3}{112}$
- B)  $\frac{25}{56}$
- C)  $\frac{1}{112}$
- D) aucune des 3 réponses précédentes.

**ANALYSE DE COURBES**



57.  $f \circ g(2)=$

- A) n'existe pas
- B) 2
- C) -2
- D) 0

58. sur  $[-4; -2]$ ,  $g(x)=$

- A)  $-\sqrt{2-x} + 1$
- B)  $-\sqrt{-2-x} + 1$
- C)  $\sqrt{2-x} + 1$
- D)  $\sqrt{-2-x} + 1$

59. l'ensemble de définition de la fonction  $f \circ g$  est

- A)  $[-4; 4]$
- B)  $[-2; 1]$
- C)  $[-4; 3]$
- D) aucune des 3 réponses précédentes

60.  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{g(x) - g(-2)}{x + 2} =$

- A)  $-\infty$
- B)  $+\infty$
- C) n'existe pas
- D) aucune des 3 réponses précédentes

|                  |
|------------------|
| FIN DE L'ÉPREUVE |
|------------------|