CONCOURS 2013 D'ADMISSION
A L'ECOLE DE SANTE DES ARMEES

CATEGORIE BACCALAUREAT

Sections : Médecine – Pharmacie

EPREUVES ECRITES D'ADMISSIBILITE
MATHEMATIQUES

Durée : 1 heure 30 minutes

Coefficient : 3

Mardi 23 Avril 2013

Avertissement :

l'utilisation de calculatrice, de règle de calcul, de formulaire et de papier millimétré n'est pas autorisée.

Il ne sera pas fait usage d'encre rouge.

Il sera tenu compte de la qualité de la présentation des copies et de l'orthographe.

Les candidats traiteront les trois exercices.

Les réponses de l'exercice n° 1 (QCM) seront données sur une grille prévue à cet effet.

Les exercices n° 2 et n° 3 seront traités sur une copie à part.

Exercice 1 : (6 points)

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.
On demande au candidat de signaler **sans justification** la réponse qui lui paraît exacte **en cochant la case sur la grille prévue à cet effet (voir annexe).**
Toute réponse juste est comptée +1 point. Toute réponse fausse est comptée -0,25 point.
Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

1. ***Question n° 1*** : $\lim\limits_{x \to -\infty} \dfrac{2x+3}{e^x}$ est égale à :

   A : 2 B : $+\infty$ C : $-\infty$ D : 0

2. ***Question n° 2*** : On considère une fonction *u* définie, strictement positive et dérivable sur un intervalle I. On note *u'* sa fonction dérivée.
   On considère la fonction *f* définie pour tout nombre réel *x* appartenant à I par : $f(x) = \ln(u(x))$. Si l'on suppose que *u'* est négative sur I alors :

   A : on ne peut pas déterminer le sens de variation de la fonction *f*.
   B : la fonction *f* est décroissante sur I.
   C : la fonction *f* est croissante sur I.
   D : la fonction *f* est croissante puis décroissante sur I.

3. ***Question n° 3*** : Dans R, l'équation $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$:

   A : admet une unique solution
   B : admet exactement deux solutions
   C : admet une infinité de solutions
   D : n'admet aucune solution

4. ***Question n° 4*** : Dans une bibliothèque, on trouve 150 romans et 50 biographies. 40% des écrivains de romans sont français et 70% des écrivains de biographies sont français. Le lecteur choisit un livre au hasard parmi les 200 ouvrages. la probabilité que le lecteur choisisse un livre d'un écrivain français est :

   A : 0,9 B : 0,475 C : 0,7 D : 0,3

5. ***Question n° 5*** : On considère les points A, B, C d'affixes respectives $a = -1 + i$; $b = 2i$; $c = 2 - 2i$. Le triangle ABC est :

   A : quelconque B : isocèle en A C : rectangle en A D : rectangle en C

6. ***Question n° 6*** : On considère 3 suites (u_n), (v_n), (w_n) qui vérifient la propriété suivante :
   Pour tout entier naturel *n* strictement positif : $u_n \leq v_n \leq w_n$
   Si $u_n = \dfrac{2n^2 - 1}{n^2}$ et $w_n = \dfrac{2n^2 + 3}{n^2}$ alors :

A : $\lim w_n = 0$ B : $\lim v_n = 2$ C : $\lim u_n = -1$ D : la suite v_n n'a pas de limite

Exercice 2 (8 points)

On considère la fonction f définie sur IR par $f(x)=\dfrac{3e^x}{e^x+1}$

On désigne par f' la fonction dérivée de f et par F la primitive de f sur IR qui vérifie $F(0)=0$.

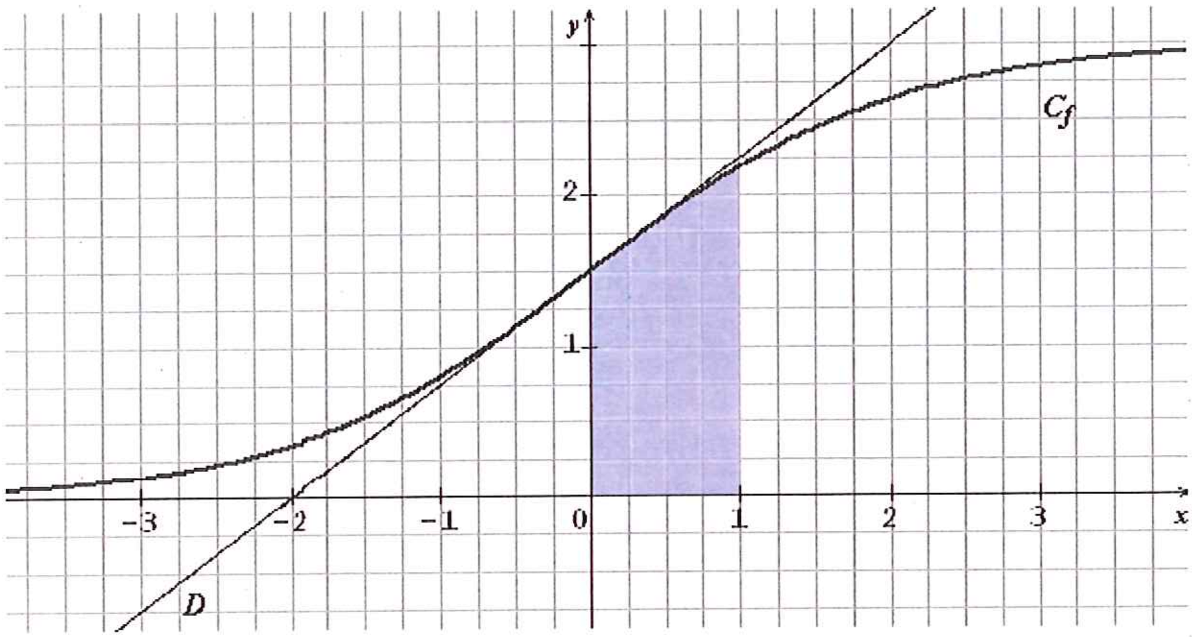
Dans le repère orthonormé d'unité 2 cm ci-dessous, la courbe Cf tracée représente la fonction f et la droite D est sa tangente au point $A\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

PREMIERE PARTIE

1. Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Que peut-on en déduire ?
2. Montrer que pour tout x réel, $f'(x)=\dfrac{3e^x}{(e^x+1)^2}$.
3. Étudier le sens de variation de f sur IR puis dresser le tableau de variation complété des limites.
4. Déterminer une équation de la droite *D*.

DEUXIEME PARTIE

1. Pour tout réel x, exprimer $F(x)$ en fonction de x.
2. Vérifier que $F(1)=3\ln\left(\dfrac{e+1}{2}\right)$.
3. Sur le graphe ci-dessous, le domaine grisé est délimité par la courbe Cf, les axes de coordonnées et la droite d'équation $x=1$.
   Calculer l'aire, en unités d'aire, de ce domaine.



Exercice 3 (6 points) :

Une usine d'assemblage de pièces détachées possède 100 robots. On considère que chacun des robots a une probabilité de 0,1 d'être en panne. Le bon fonctionnement d'un robot est indépendant des autres robots. Soit X le nombre de robots en panne dans cette usine.

1. Quelle est la loi de probabilité de X ? Justifier soigneusement. Donner l'expression de $P(X = k)$ pour tout $k \in \{0; \dots ; 100\}$
2. Déterminer l'espérance, la variance et l'écart type de la variable aléatoire X.

Pour la suite de l'exercice, on donne les valeurs des P(X = *k*) et des P(X ≤ *k*) pour *k* variant de 0 à 20 arrondis à 10^{-5} près.

k	P(X = *k*)	$P(X \leq k)$
0	0,00003	0,00003
1	0,00030	0,00032
2	0,00162	0,00194
3	0,00589	0,00784
4	0,01587	0,02371
5	0,03387	0,05758
6	0,05958	0,11716
7	0,08890	0,20605
8	0,11482	0,32087
9	0,13042	0,45129
10	0,13187	0,58316
11	0,11988	0,70303
12	0,09879	0,80182
13	0,07430	0,87612
14	0,05130	0,92743
15	0,03268	0,96011
16	0,01929	0,97940
17	0,01059	0,98999
18	0,00543	0,99542
19	0,00260	0,99802
20	0,00117	0,99919

3. Quelle est la probabilité que dans un lot de 100 robots, il y ait au moins trois robots défectueux ?
4. Déterminer au seuil de 95%, l'intervalle de fluctuation associé à la loi vérifiée par X.

ANNEXE EXERCICE n°1 – A RENDRE AVEC LA COPIE

N° question	A	B	C	D
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Correction

CONCOURS 2013 D'ADMISSION
A L'ECOLE DE SANTE DES ARMEES

CATEGORIE BACCALAUREAT

Sections : Médecine – Pharmacie

EPREUVES ECRITES D'ADMISSIBILITE
MATHEMATIQUES

Durée : 1 heure 30 minutes

Coefficient : 3

Mardi 23 Avril 2013

Avertissement :

l'utilisation de calculatrice, de règle de calcul, de formulaire et de papier millimétré n'est pas autorisée.

Il ne sera pas fait usage d'encre rouge.

Il sera tenu compte de la qualité de la présentation des copies et de l'orthographe.

Les candidats traiteront les trois exercices.

Les réponses de l'exercice n° 1 (QCM) seront données sur une grille prévue à cet effet.

Les exercices n° 2 et n° 3 seront traités sur une copie à part.

CORRECTION CONCOURS 2013 D'ADMISSION DANS LES ECOLES DU SERVICE DE SANTE DES ARMEES

CATEGORIE BACCALAUREAT – Sections : Médecine – Pharmacie

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Avril 2013

Exercice 1 :

1.c/2.b/3.a/4.b/5.c/6.b

Pour 5.c :

$$\frac{b-a}{c-a}=\frac{2i+1-i}{2-2i+1-i}=\frac{(i+1)(1+i)}{3(1-i)(1+i)}=\frac{1+2i-1}{3\times 2}=\frac{2i}{6}=\frac{i}{3}$$

$$\frac{b-a}{c-a}=\frac{1}{3}(\cos\left(\frac{\pi}{2}\right)+isin\left(\frac{\pi}{2}\right))$$

$$\begin{cases}\left|\frac{b-a}{c-a}\right|=\frac{1}{3}\\ \arg\left(\frac{b-a}{c-a}\right)=\frac{\pi}{2}\end{cases}\text{donc}\begin{cases}\frac{AB}{AC}=\frac{1}{3}\\ (\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=\frac{\pi}{2}[2\pi]\end{cases}$$

Le triangle ABC est un triangle rectangle en A

N° question	A	B	C	D
1			X	
2		X		
3	X			
4		X		
5			X	
6		X		

Exercice 2 :

PREMIÈRE PARTIE

1. On a $\lim_{x\to-\infty} f(x)=0\ et\ \lim_{x\to+\infty} f(x)=3$ car $\frac{3e^x}{e^x+1}=\frac{3e^x}{e^x(1+e^{-x})}$, on peut en déduire que la courbe de f admet l'axe des abscisse comme asymptote horizontale en -∞ et la droite d'équation y=3 en +∞.
2. $f'(x)=\frac{3e^x(e^x+1)-3e^xe^x}{(e^x+1)^2}=\frac{3e^x}{(e^x+1)^2}>0$ sur IR.
3. f est donc strictement croissante et réalise une bijection de IR dans] 0 ;3 [.
4. D : $y=f'(0)x+f(0)$ avec $f'(0)=\frac{3}{4}$ et $f(0)=\frac{3}{2}$ donc D : $y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}$

DEUXIÈME PARTIE

1. $F(x)=3\ln(e^x+1)+K$ et $F(0)=0\Leftrightarrow 0=3ln2+K\Leftrightarrow K=-3ln2$ donc

$$F(x) = 3\ln(e^x + 1) - 3\ln 2 = 3\ln\left(\frac{e^x + 1}{2}\right)$$

2. $F(0) = 3\ln\left(\frac{e^0+1}{2}\right) = 3\ln\left(\frac{e+1}{2}\right)$

3. f est continue et positive sur [0 ;1] donc $A = \int_0^1 f(x)dx = F(1) - F(0) = 3\ln\left(\frac{e+1}{2}\right) UA$

Exercice 3 :

1. Nous sommes en présence d'un schéma de Bernoulli dans lequel le « succès » est la panne d'un robot, qui survient de façon indépendante pour chaque robot et avec une probabilité de 0,1. La variable aléatoire X qui compte le nombre de « succès » parmi 100 robots, suit donc une loi binomiale B(100 ;0,1). On a par définition de la loi binomiale : pour tout $k \in \{0; \dots ;100\}$: $P(X = k) = \binom{100}{k} 0{,}1^k 0{,}9^{100-k}$

2. Si X suit une loi binomiale B(100 ;0,1), où n = 100 et p = 0,1, alors
   $E(X) = np = 100 \times 0{,}1 = 10$
   $Var(X) = np(1-p) = 100 \times 0{,}1 \times 0{,}9 = 9$
   $\sigma(X) = \sqrt{Var(X)} = 3$

3. Il faut calculer : P(X ≥ 3)
   P(X ≥ 3) = 1 – P(X ≤ 2) = 1 – [P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2)]
   = 1 – (0,0003 + 0,00030 + 0,00162) = 0,99805.

4. Dans le tableau, on lit a le plus petit entier tel que $P(X \le a) > 0{,}025$ et b le plus entier tel que $P(X \le b) \ge 0{,}975$. On trouve $a = 5$ et $b = 16$. L'intervalle de fluctuation à 95% est donc $I = \left[\frac{5}{100}; \frac{16}{100}\right]$.