CONCOURS 2014 D'ADMISSION DANS LES ECOLES DU SERVICE DE

SANTE DES ARMEES

CATEGORIE BACCALAUREAT – Sections : Médecine – Pharmacie

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Avril 2014

Durée : 1 heure 30 minutes Coefficient : 3

Avertissement :

- L'utilisation de calculatrice, de règle de calcul, de formulaire et de papier millimétré n'est pas autorisée.
- Il ne sera pas fait usage d'encre rouge.
- Il sera tenu compte de la qualité de la présentation des copies et de l'orthographe.
- Les candidats traiteront les trois exercices.
- Les réponses des exercices n°1 et n°2 (QCM) seront données sur une grille prévue à cet effet.
- L'exercice n° 3 sera traité sur une copie à part.

EXERCICE 1 : 7 points

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer ***sans justification*** *la réponse qui lui paraît exacte* ***en cochant la case sur la grille prévue à cet effet.***

Toute réponse juste est comptée +1 point. Toute réponse fausse est comptée -0.5 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 1 :

Soit la fonction h définie pour tout x réel par : $h(x) = e^{-x} - x + 4$.

Soit C la courbe représentative de h.

A. $h'(x) = e^{-x} - 1$
B. h admet un maximum
C. C admet une asymptote horizontale
D. L'équation $h(x) = 5$ a une solution unique dans l'ensemble des réels

QCM 2 :

Dans l'ensemble des réels, l'inéquation : $-2xe^{-x+1} \geq 0$ a pour ensemble de solutions :

A. $\varnothing$
B. $\{0\}$
C. $]-\infty ; 0]$
D. $[0 ; +\infty[$

QCM 3 :

On considère l'intégrale $I = \int_1^e t^2 \ln(t)\, dt$.
On pourra, pour calculer I, utiliser la dérivée de la fonction h définie sur [1 ; e] par :
$h(t) = t^3[3\ ln(t) - 1]$.

La valeur exacte de I est :

A . $(2e^3 + 1)/9$

B. $2e^3 + 1$

C. $(e^2 - 2e)/9$

D. $(e^2 + 2e)/9$

QCM 4 :

Soit la fonction f définie pour tout x réel par $f(x) = x\cos x$.

La dérivée f' de f est définie pour tout x réel par $f'(x) =$

A. $-\sin x$
B. $\cos x$
C. $\cos x + x\sin x$
D. $\cos x - x\sin x$

QCM 5 :

Soit la fonction f définie pour tout x réel par $f(x) = x\cos x$.

La primitive F de f sur IR telle que F(0) = 1 est définie pour tout x réel par :

A. $\frac{x^2}{2}\sin x + 1$
B. $-\frac{x^2}{2}\sin x + 1$
C. $\cos x + x\sin x$
D. $\cos x - x\sin x$

QCM 6 :

L'intégrale $\int_2^4 \frac{3x}{x^2-1}dx$ est égale à:

A. 3 ln(12)
B. 1,5 ln(5)
C. 1,5 ln(12)
D. autre

QCM 7 :

On considère la fonction f dérivable sur] 0 ; + ∞ [et définie par : $f(x) = \frac{-x^2-2\ln x}{x}$.

La limite de f en + ∞ est égale à :

A. 0
B. - ∞
C. + ∞
D. 1

EXERCICE 2 : 7 points

Pour chacune des questions, une seule des quatre affirmations A, B, C ou D est exacte.

On demande au candidat d'indiquer ***sans justification*** *la réponse qui lui paraît exacte* ***en cochant la case sur la grille prévue à cet effet.***

Toute réponse juste est comptée +1 point. Toute réponse fausse est comptée -0.5 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à 0.

QCM 1 :

Une solution de l'équation $2z + \bar{z} = 9 + i$ est :

A. 18 – i
B. 1
C. 3 + i
D. 9 – i

QCM 2 :

On considère la suite u définie par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence :

$u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n + 2.$

A. la suite u est géométrique
B. la suite u est arithmétique
C. la suite u est majorée par 3
D. la suite u est convergente vers 2

QCM 3 :

On considère trois suites u, v, w qui vérifient la propriété suivante :

Pour tout nombre entier naturel n non nul : $u_n < v_n < w_n$

Si $\lim_{n\to\infty}(u_n)$= 2 et si $w_n = u_n + \frac{1}{n}$, alors :

A. on ne peut pas dire si la suite (v_n) converge
B. la suite (v_n) n'a pas de limite
C. $\lim_{n\to\infty}(v_n) > 2$
D. $\lim_{n\to\infty}(v_n) = 2$

QCM 4 :

Un sac contient 4 boules noires et 3 boules rouges. On tire successivement et sans remise 2 boules du sac. Sachant que la première boule tirée est noire, la probabilité que la seconde soit noire est :

A. $\frac{2}{7}$
B. $\frac{4}{7}$
C. $\frac{1}{2}$
D. $\frac{2}{3}$

QCM 5 :

On lance un dé cubique bien équilibré et on lit le numéro inscrit sur la face supérieure du dé.

Soit les événements :

I : « le numéro est inférieur ou égal à 3 »

M : « le numéro est un multiple de 3 ».

A. $P(I \cup M) = \frac{5}{6}$
B. $P(I \cap M) = \frac{1}{2}$
C. I et M sont incompatibles
D. I et M sont indépendants

QCM 6 :

Une maladie frappe 2% de la population d'un pays. Pour dépister cette maladie, on utilise un test. On sait que:
- la probabilité que le test soit positif, sachant que l'individu est malade, est 0,9;
- la probabilité que le test soit négatif, sachant que l'individu n'est pas malade, est 0,9.

On note les événements :

M+ : « l'individu est malade »

M- : « l'individu n'est pas malade »

T+ : « le test est positif »

T- « le test est négatif »

A. $P_{M+}(T+)$ vaut 0,1
B. P(T+) vaut 0,278
C. P(T+) vaut 0,22
D. $P_{T+}(M+)$ vaut environ 0,16

QCM 7 :

X est une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur [2 ; 20].

La probabilité $P_{X>6}(5 < X < 10)$ est égale à :

A. $\frac{5}{18}$
B. $\frac{5}{14}$
C. $\frac{2}{7}$
D. $\frac{1}{4}$

EXERCICE 3 (6 points)

Un essai thérapeutique est réalisé chez des patients atteints d'une maladie associée à une très forte mortalité. Les données de cet essai sont correctement ajustées par un modèle de survie exponentielle.
Soit X_A la variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda_A = 0{,}22$.
C'est-à-dire $P(X_A \leq t) = \int_0^t 0{,}22e^{-0{,}22x}dx$.
Soit X_B la variable aléatoire qui suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda_B = 0{,}11$.
C'est-à-dire $P(X_B \leq t) = \int_0^t 0{,}11e^{-0{,}11x}dx$.
t représente le temps en années avec $t \geq 0$.
Avec un traitement A, la probabilité de survie à l'instant t est égale à $S_A(t) = P(X_A > t)$
Avec un traitement B, la probabilité de survie à l'instant t est égale à $S_B(t) = P(X_B > t)$

Aide aux calculs : $e^{-2,2} \approx 0{,}111$ et $\sqrt{0{,}111} \approx 0{,}333$

1) Calculer $P(X_A \leq 10)$.
2) Démontrer que pour tout t positif, $S_A(t) = e^{-0{,}22t}$
3) Donner le tableau de variation complet de la fonction S_A. Justifier.
4) Calculer la probabilité de survie à 10 ans dans le cas du traitement B.
5) Calculer la probabilité de survie à 5 ans dans le cas du traitement A.
6) Le rapport des probabilités de survie des traitements A et B est-il constant au cours du temps ?
7) Pour t fixé, établir la relation entre la survie dans le cas du traitement A et la survie dans le cas du traitement B.